«Так понятно, что, сознавая неполноту своего знания, мы должны стараться уяснить себе меру его … Не может быть рациональной уверенности в том или другом решении наук апостериорных, но – лишь та или иная степень вероятия … Только бесконечный опыт мог бы дать достоверное знание»

П.А.Флоренский / К методологии исторической критики, 1914

«Risk in itself is not bad; risk is essential to progress, and failure is often a key part of learning…»
(Сам по себе риск – совсем не плох; риск важен для прогресса, а неудача зачастую является важной составляющей обучения)

Van Scoy, L.Roger / Software Development Risk: Opportunity, Not Problem (SW Engineering Institute), 1992

ПОТЕНЦИАЛ ЯДРА СИСТЕМЫ MATLAB® : ПРИВЛЕКАТЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ АНАЛИЗА РИСКОВ

Дегтярев К.Ю.

ведущий научный сотрудник,

Институт Экспертизы Академии Технологических наук РФ, г.Москва

e-mail: mespriv@hotmail.ru

В постановочной работе рассмотрены некоторые возможности ядра системы разработки приложений MATLAB® (The MathWorks Inc.) при решении задач анализа рисков. Отмечается, что удачный выбор компьютерного инструментария значительно увеличивает производительность аналитических (проектных) групп при работе над сложными многоаспектными проблемами, требующими привлечения различных методов исследования. Особо подчеркивается тот факт, что MATLAB несомненно является *мощной* и одновременно *простой* в использовании вычислительной средой не только благодаря наличию большого числа специализированных наборов функций (Пакетов Прикладных Программ (ППП), или Пакетов Расширения (ПР), *toolboxes*). Значительный потенциал ядра MATLAB открывает реальные перспективы привлечения к активному компьютерному моделированию достаточно широкого круга специалистов (экспертов) и пользователей, имеющих начальные (базовые) навыки программирования. На примере лишь некоторых задач (расчет точки безубыточности, значений функций предпочтения и полезности, и др.) показаны и прокомментированы результаты выполнения простых MATLAB скриптов (программ), которые позволяют достаточно быстро представить проводимые расчеты в удобной графической форме, подготовить сопровождающие материалы для технических отчетов, презентаций, лекций и пр. Приводятся также краткие сведения о некоторых пакетах расширения MATLAB, которые могут оказаться полезными в дальнейших исследованиях.

1 Введение

Инвестиционные расчеты, являющиеся неотъемлемой и чрезвычайно важной частью работы над проектом, представляют собой «символические модели принятия решений» [1]. По мнению специалистов, «собственно проблематика инвестиционных расчетов заключается не в расчетах как таковых, а в характеристиках данных, необходимых для этих расчетов», и в силу этих причин «прогноз последствий действия является центральной проблемой инвестиционного планирования» [1]. Финансовая деятельность предприятий и отдельных лиц, страхование и разработка инвестиционных планов во многом подвержены воздействию внешних и внутренних составляющих тех условий и обстоятельств, в которых развиваются и проходят указанные процессы. Умелое комбинирование качественных и количественных подходов, опыта и интуиции специалистов (экспертов/групп аналитиков) при анализе риска и принципов, лежащих в основе управления им, формирует «современный облик **финансовой инженерии**» и способствует получению достоверных данных (оценок), реалистичности и успеху всего процесса планирования [2,3].

Процесс принятия решений в сфере финансов и экономики имеет чрезвычайно *сложный* и ярко выраженный *многоаспектный характер*, поэтому сочетание на разных его этапах количественных расчетов и качественного анализа требует привлечения современных средств компьютерного моделирования. В общем случае, их удачный выбор и использование могут радикально ускорить проводимые вычисления и способствовать более точному пониманию исследуемой системы (явления/понятия) за счет привлечения специализированных качественных графиков, «начиная от линий на плоскости и контурных графиков», и кончая «интерактивными графическими пользовательскими интерфейсами» (*Graphical User Interfaces*) [4].

Решение практически всякой сложной задачи требует уверенных навыков практического программирования и детальной проработки «темных» сторон достаточно громоздких и сложных программ. Действительно, новые версии продуктов, которые относятся к семейству **Научного Программного Обеспечения** (***НПО***), оказываются очень объемными (несколько сотен мегабайт), но этот факт, как правило, свидетельствует и о предоставляемых пользователю возможностях (инструментальных средствах), и об удобстве работы с пакетом в целом.

Риск характеризуется «множеством несовпадающих, а иногда противоположных реальных основ» [6]. В общем случае, анализ инвестиционного риска представляет собой комплексный процесс, сочетающий различные взаимодополняющие подходы (методы), причем «выбор конкретных методов … зависит от возможностей информационной базы, требований к конечным результатам (показателям) и к уровню надежности планирования инвестиций» [7]. В большинстве случаев анализ и управление рисками сопряжены с достаточно жесткими временными ограничениями и недостаточными информационными/материальными ресурсами. Подобные условия становятся ключевым фактором, определяющим предпочтения при выборе моделей (процедур) оценки риска – именно *простые процедуры* оказываются наиболее «удобными» с точки зрения их понимания и хорошо адаптированными к состоянию относительного дефицита информации [8]. Помимо этого, удачный и хорошо продуманный выбор специализированных компьютерных инструментариев может значительно способствовать продуктивности выполняемого анализа и удобству представления результатов. Для экспертов-ученых и инженеров сочетание легкости использования, достаточной мощности и разнообразия поддерживаемых средств (пакетов) открывает пути для постепенного продвижения от простых к более сложным процедурам, постоянно руководствуясь эффективными принципами из практики программной инженерии (*Software Engineering*) в рамках единой рабочей открытой среды. Одновременно, широкие возможности визуализации, удобный (т.е. легко читаемый и понимаемый) формат представления данных и вывода результатов, и достаточно простой язык программирования расширяют также и потенциальную аудиторию «пассивных» пользователей [9].

Являясь одним из фактических лидеров среди систем разработки инженерных и научных приложений на рынке НПО, MATLAB® (The MathWorks Inc., http://www.mathworks.com) предоставляет в распоряжение пользователя не только богатые возможности процедурного и объектно-ориентированного программирования, но и большое количество «встроенных эффективных и точных алгоритмов для математических расчетов, графической визуализации», анализа данных, численных и символьных вычислений [4,5]. Система MATLAB, задуманная изначально на академическом уровне как инструмент обучения, постепенно заняла одно из лидирующих позиций на рынке профессиональных сред разработки, оставаясь при этом сравнительно простой и удобной в работе. Возможность постепенного плавного движения от стадии обучения и подготовки небольших программ, задействуя лишь ядро системы, к использованию пакетов расширения, отражающих специфику предметных областей, является важной положительной чертой MATLAB. Например, она отчетливо проявляется при анализе и моделировании различных аспектов сложных и многогранных проблем, связанных с рациональной человеческой деятельностью. Какая-то часть из них (аспектов) базируется на простых функциональных зависимостях и представлениях, которые подразумевают обработку на уровне «научного калькулятора» с поддержкой графических форм, что-то дополнительно требует более серьезной и долгой проработки с использованием сразу нескольких доступных пакетов и привлечением обширных знаний экспертов. В любом случае, такая работа, вплоть до подготовки финального отчета, может быть проведена в рамках *единой* среды и по *единым* правилам.

В данной статье на примере некоторых простых задач, связанных с анализом инвестиционных рисков, делается попытка представить некоторые из потенциальных возможностей ядра системы MATLAB, которые находятся в распоряжении аналитика (эксперта) на этапе предварительной (и не только) обработки исходной информации для визуализации результатов выполняемых расчетов. Все представленные программы MATLAB (текстовые *M-файлы*, часто именуемые *программами* или *скриптами*) требуют минимальных усилий для успешной разработки. Использование лишь простых конструкций «языка технического программирования сверхвысокого уровня» позволяет любому человеку с базовой алгоритмической подготовкой быстро получать высококачественные сопровождающие материалы, полностью концентрируя внимание на предмете своего исследования, а не на тонкостях программирования. Выбор пал на систему MATLAB не случайно, поскольку ее предметная ориентированность поддерживается также целым спектром (более 30) специализированных наборов функций, или **Пакетов Прикладных Программ / Расширения** (***ППП / ПР***, *toolboxes*) – например, ППП финансовой аналитики (*Financial Toolbox*), анализа временных финансовых рядов (*Financial Time Series Toolbox*), анализа и проектирования нейронных сетей (*Neural Network Toolbox*), нечеткой логики (*Fuzzy Logic Toolbox*), работы с базами данных (*Database Toolbox*), статистики (*Statistics Toolbox*), решения задач оптимизации (*Optimization Toolbox*) и др. Если к этому добавить еще реализованные «средства генерации кодов,… которые позволяют создавать независимо исполняемые коды на языке C/C++» (с помощью *MATLAB Compiler Suite* пользователи располагают возможностью конвертировать M-файлы в C/C++ код, создавая тем самым независимые приложения, а *Report Generator* ориентирован на построение из MATLAB моделей/данных отчеты различных выходных форматов (HTML, XML, RTF и др.)) [4,10,11] и набор поддерживаемых MATLAB структурных компонент (управляющих элементов и меню пользовательского интерфейса), используемых для создания событийно управляемых средств взаимодействия «человек-компьютер» (GUI), то MATLAB можно смело классифицировать как гибкий разноплановый инструмент проектирования сложных научных и инженерных приложений.

В этой связи, MATLAB (операционная среда вычислений (ядро) и пакеты расширений), являясь системой проектирования и создания «законченных приложений» разных уровней сложности и предоставляемого пользователю сервиса [12], может с успехом использоваться и для реализации **методов анализа рисков** инвестиций. В работе, которая на данный момент может расматриваться лишь как постановочная, продемонстрированы некоторые примеры, «дающие отдельные показатели оценки уровня рисков» (в частности, анализ чувствительности / расчет точки безубыточности) [7].

Безусловно, работа со специализированными (математическими) ПР требует уверенного понимания соответствующей предметной области, поэтому рассмотрение некоторых из них ограничивается здесь лишь очень краткой характеристикой, приведенной в разделе 6. Но даже эти общие сведения показывают потенциал системы MATLAB, который может быть задействован в дальнейших исследованиях.

2 Понятие неопределенности и факторы риска. Вероятность и возможность

Всякий инвестиционный проект в значительной степени связан с **неопределенностью**, которая порождает риск вложения денежных средств, возможного срыва установленных проектом целей, отклонения от изначально проработанного плана действий и т.п. Под **неопределенностью** обычно понимается «неполнота или неточность[1] информации об условиях реализации проекта» [13] – при этом, применительно к каждой конкретной рассматриваемой / моделируемой ситуации, информация может оказаться также фрагментарной, недостаточно надежной, противоречивой, секретной и пр.; все эти «информационные прорехи» могут служить причиной возникновения различных типов неопределенности. Согласно [14,15], неопределенность трактуется как «понятие, отражающее отсутствие однозначности», … недоступность исследованию, определению, измерению или описанию по всем присущим признакам, неизвестность в деталях. В общем случае, сам термин «неопределенность», рассматриваемый вне предметной области (контекста), представляется достаточно абстрактным (*неточным*) именно в силу существования множественных характеризующих его смысловых оттенков, но тем не менее, мы не в состоянии избежать неопределенности, сталкиваясь с любой реальной проблемой окружающего мира [16]. В частности, к особенностям большинства финансовых и экономических задач относится наличие практически всех типов неопределенности и их комбинаций.

Как отмечено в [1], в ситуации, «которая характеризуется неопределенностью, лицо, принимающее решения, не может точно определить, какие последствия будут иметь планируемые им действия». Фактически, многие авторы публикаций в области экономического анализа, финансов и бизнес-планирования «не проводят резкого различия» между понятиями риска и неопределенности [7], что, с одной стороны, сохраняет известную терминологическую двусмысленность и концептуальные проблемы большинства предлагаемых определений, а с другой стороны, закрепляет их устоявшуюся ассоциативную связь или состояние почти неуловимой схожести как в указанных областях знаний, так и в повседневном использовании, т.е. мы говорим «неопределенность» – подразумеваем «риск», и наоборот[2]. Как справедливо отмечено в [17], мы, как правило, упоминаем слово «риск» применительно к нежелательным исходам (*потерям*), и одновременно отмечаем «неопределенность» *выигрыша* как ожидаемой благосклонности судьбы.

Риск можно определить как «вероятность того, что задуманную цель достичь не удастся» [20] (например, кредит не будет возвращен, или вложенные средства не окупятся), а **анализ риска**, часто именуемый в литературе **анализом вероятности**, подразумевает формализованное описание (моделирование) влияния «на результат … различных соотношений важнейших переменных, … которые могут принимать различные значения, и этим значениям приписывается определенная вероятность появления» [2]. В полной мере значимость понятий

[1] Следуя Дж.Клиру, неточность можно трактовать как **информационную** (*information-based*) **неточность** (т.е. неопределенность в данном случае вытекает из факта дефицита информации), так и **нечеткость** (или, **размытость**), которая относится к характерной для естественных языков лингвистической неточности [18]

[2] В известном смысле, понятие **риска** связано с потенциальным (отнесенным на ближайшее или удаленное будущее) событием, которое может произойти или нет; именно поэтому присутствующая в такой ситуации **неопределенность** можно рассматривать как одну из характеристик риска - к их числу относятся также **потеря(-и)** (*loss*) и **фактор времени** (*time component*), который представляет собой ограничение на продолжительность действия риска [19]

риск и неопределенность (как двух «очень разных типов изменчивости») применительно к теории экономического анализа была раскрыта в диссертационной работе и последующей журнальной публикации Франка Найта (*Frank H.Knight*) [17] – его аргументы сводили **риск** к «измеримой неопределенности», т.е. повторяющимся изменениям (примерам), для которых «можно определить (объективные) вероятности». В противоположность этому, **неопределенность** Ф.Найт характеризовал посредством неожиданных изменений (*событий исключительного характера*), которые непосредственно не ассоциируются с количественным выражением [17 (I.I.26, III.VIII.1)]. Последующий ход событий выявил как сторонников, так и противников позиции Найта; первые утверждали, в частности, что неопределенность «может быть единственной приемлемой формой случайности для экономики», особенно при учете временного и информационного факторов [21 *(перевод)*]. В то же время, по их мнению, «ситуации риска оказываются возможными в некоторых ... контролируемых сценариях с ясными альтернативами и экспериментами, которые могут быть мысленно воспроизведены». Противники «неопределенности по Найту» рассматривали ее как проблему знания соответствующих вероятностей, но не их существования.

Безусловно, беглый взгляд на подобную дискуссию лишь фиксирует факт существования различных подходов к пониманию понятия неопределенности в экономической теории (и не только), игнорируя существенные стороны многочисленных публикаций за почти вековой отрезок времени. По понятным причинам подробное обсуждение этого вопроса мы выносим за рамки данной статьи, заметив лишь, что зачастую использование термина «неопределенность» не следует в русле идей Ф.Найта. Тем не менее, как отмечено в [21], «некоторая форма найтовского подхода оказывается полезной», поскольку позволяет в самом общем виде разделить теории на две укрупненные группы по вероятностному признаку.

Одновременно обращает на себя внимание тот факт, что современные работы, посвященные вопросам инвестиций и финансового менеджмента (управления), вводят или делают акцент на разных определениях понятия риска как *сложного явления (категории) экономического анализа*. В частности, некоторые авторы связывают **риск** со степенью неопределенности получения доходов и расходования средств в будущем, или с вероятностью возникновения потерь, убытков, недопоступления планируемых доходов [6]. Другое определение рассматривает понятие «риск» с позиций численно измеримой возможности потери или возникновения, как следствия неопределенности, неблагоприятных ситуаций в ходе реализации проекта. Самое общее толкование риска представляет это понятие как «возможную опасность (потерю, неудачу)», действие в надежде на счастливый исход («без верного расчета»), любой исход, который может повлиять на достижение поставленных целей, или «возможный убыток в коммерческом деле, обусловленный изменчивостью рыночной конъюнктуры» [22,23][3]. С чисто житейской точки зрения употребление достаточно расхожих выражений типа *«риск ущерба* (к примеру, *угона транспортного средства*, или *банкротства*)*»* или *«стóит рискнуть»* крайне редко ассоциируется в человеческом сознании с некими числовыми оценками с четко очерченными границами – как правило, заложенные в этих фразах факторы существующей опасности или возможности наступления негативного исхода проецируются на личное восприятие ситуации, опыт (прослеживаемые закономерности), субъективные суждения окружающих и интуицию.

Как мы можем заметить, риск вербально и семантически связан с понятиями **неопределенности**, **опасности**, **вероятности** и **возможности**, причем в самом общем случае, несмотря на некоторую схожесть двух последних терминов, они все-таки оценивают

---

[3] В частности, некоторые определения понятия риска и обсуждение концепции риска инвестиционного проекта можно найти в статье Кошечкина С.А. (МИЭПМ ННГАСУ) **«Концепция риска инвестиционного проекта. Определение риска»** по адресу http://www.finrisk.ru/article/koshech/koshech1.html

(характеризуют) разные типы неопределенности, т.е. возможность является *мерой неточности*, отражающей обобщение «бинарного отличия возможного и невозможного», или выражением неполной информации [24], а вероятность – частоты (предельной) события, исход (результат) которого проецируется на будущее. Однако, в большинстве публикаций при определении термина «риск» указанная специфика вряд ли принимается во внимание, что приводит к смысловому отождествлению **вероятности** («объективной меры возможности события», выражающей шансы его возникновения [3]) и **возможности**.

Вероятность и возможность следует рассматривать как меры, используемые для «формализации и количественного выражения неопределенности, которая является следствием неполноты информации» [25,26]. Противопоставление этих двух значимых математических теорий явно не содействует формированию конструктивного взгляда на роль каждой из них при описании конкретных проявлений неопределенности – более естественным представляется подход, определяющий теории вероятностей и возможностей как комплементарные по отношению друг к другу.

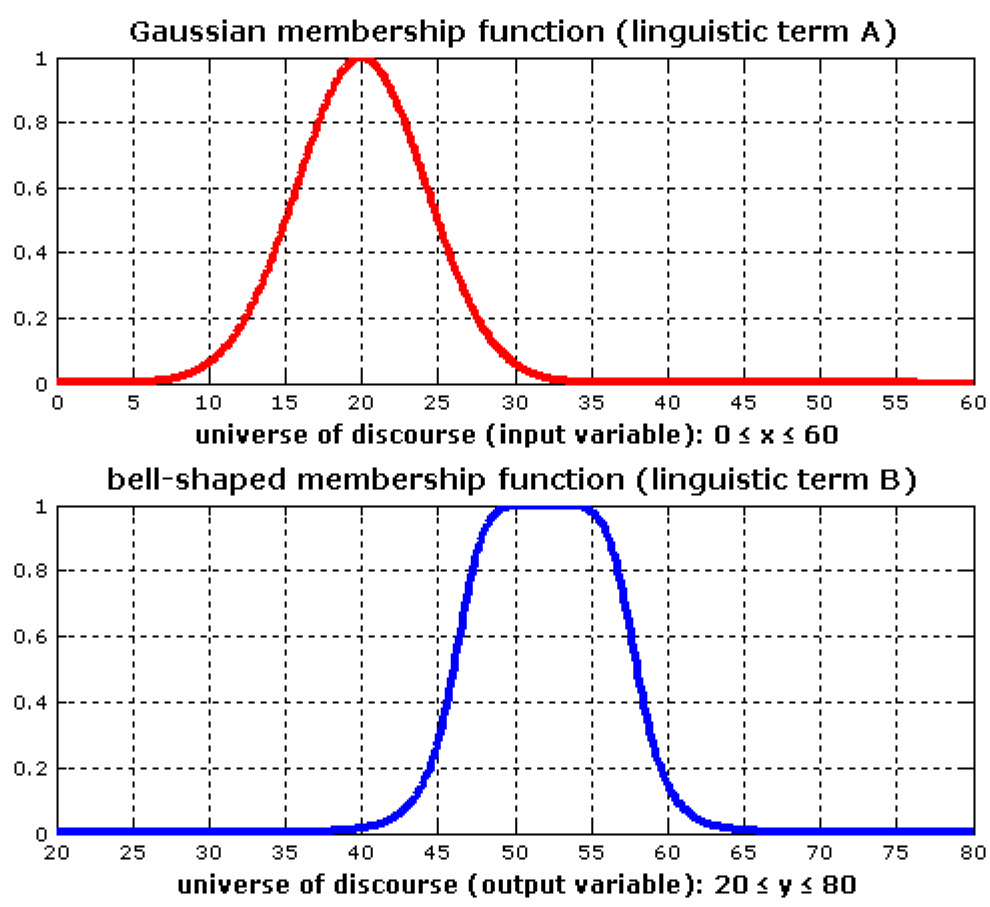
Выбор формализованного языка описания конкретного проявления (типа) неопределенности ведет к построению определенной аксиоматической теории. В ее основе лежит представление неопределенности посредством функции, ставящей в соответствие «каждому множеству альтернатив число из единичного интервала [0,1], которое выражает собой степень очевидности (*degree of evidence*) того, что истинная альтернатива принадлежит множеству» [27]. Возрастающая сложность систем, с которыми приходится иметь дело исследователям, заставляет их постепенно переосмысливать традиционные взгляды и подходы к трактовке и описанию неопределенности. Еще 15-20 лет назад даже трудно было представить, что эта тема вызовет в будущем столь пристальный интерес научного сообщества, и даже подведет к осознанию неопределенности как полезного и достаточно желательного фактора – свидетельством тому могут служить достигнутые результаты и проводимые работы в области интеллектуальных систем.

Теория возможностей, предложенная в конце 70-х годов прошлого столетия Лотфи А.Заде (*Lotfi A.Zadeh*) как развитие **теории нечетких множеств** (***ТНМ***, *fuzzy set theory*), позволяет представить «значение информации» и провести ее анализ [28]. ТНМ, в свою очередь, ориентирована на моделирование человеческих суждений и личностных восприятий / знаний; в результате, одной из важных областей применения ТНМ и построенной на ней **нечеткой логике** (*fuzzy logic*) являются задачи принятия решений (формирование заключений) в экономике и бизнесе. Основным объектом внимания теории возможностей выступают лексическая неточность естественного языка, то есть неточность используемых в повседневной жизни лингвистических терминов, выражающих определенный срез неполных (недостаточных) знаний об изучаемом объекте / явлении, и подходы к ее представлению [29,30,31]. Другими словами, «там, где исходные данные неточны и неполны, а скорость получения первых оценок критична, нечеткая алгебра практически не имеет альтернатив» [11]. Неопределенность, свойственная естественным языкам и человеческому мышлению в целом, может оказывать положительное влияние на быстроту принятия решений и «полезность» моделей рассматриваемых систем (достаточно часто «небольшой рост неопределенности приводит к снижению сложности и … увеличению достоверности модели» [18]).

В основе практически всех приложений теории возможностей лежит аппарат нечетких множеств, развитие которого «создало» своеобразный шаблон положительного движения от сугубо академической разработки к широкомасштабным исследованиям и реальным коммерческим приложениям. Например, можно обратить внимание на тот факт, что схожие черты ярко проявляются и на этапах становления системы MATLAB. В каждой ее очередной версии появлялось что-то новое, постепенно расширялся круг предметных областей, поддерживаемых соответствующими пакетами расширения (*toolboxes*). С момента выхода в свет первого релиза **пакета нечеткой логики** (*MATLAB Fuzzy Logic Toolbox (FLT)*, 1995) весь цикл моделирования и анализа систем, включающий задание форм и настройку через обучение функций принадлежности, формирование правил, проверку результатов (формирование нечеткого вывода) и классификацию исходных данных максимально упростился за счет удобных в использовании окон графических редакторов и просмотра.

В то же время, при решении подобных задач не следует пренебрегать и потенциалом ядра системы MATLAB – даже без использования удобного FLT, оно предоставляет все необходимое[4] для построения (и визуализации) характеристических функций (функций принадлежности), выполнения операций над нечеткими множествами, вычисления нечетких отношений, цилиндрических расширений (*cylindrical extensions*) нечетких множеств на декартово множество, проекций, работы с нечеткой арифметикой и пр. Некоторые из многочисленных примеров, подготовленных автором в системе MATLAB 5.3, показаны на **Рис.1**, **2** и **3**.

(1.A)



[4] Исходя из собственной субъективной оценки, система **MATLAB** несколько медлительна, но одновременно гибка и удобна в работе; большой набор функций пакета Нечеткой Логики (FLT) позволяет вызывать их непосредственно из разрабатываемого приложения

(1.B)

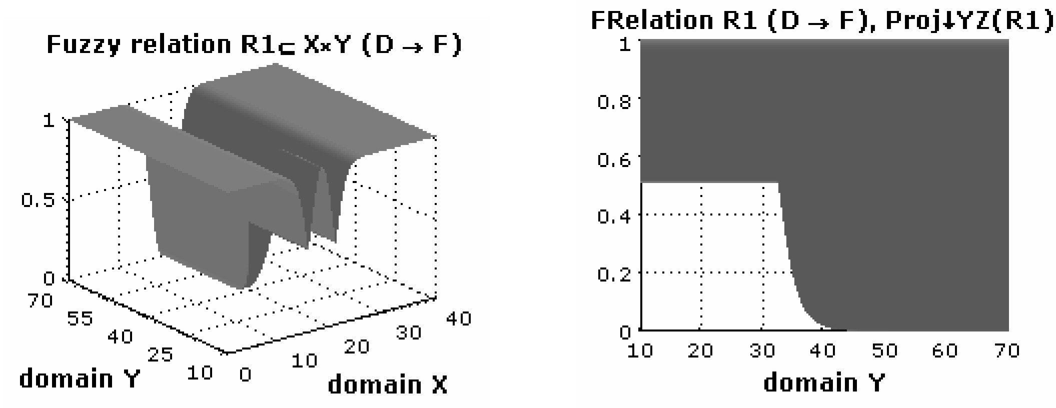
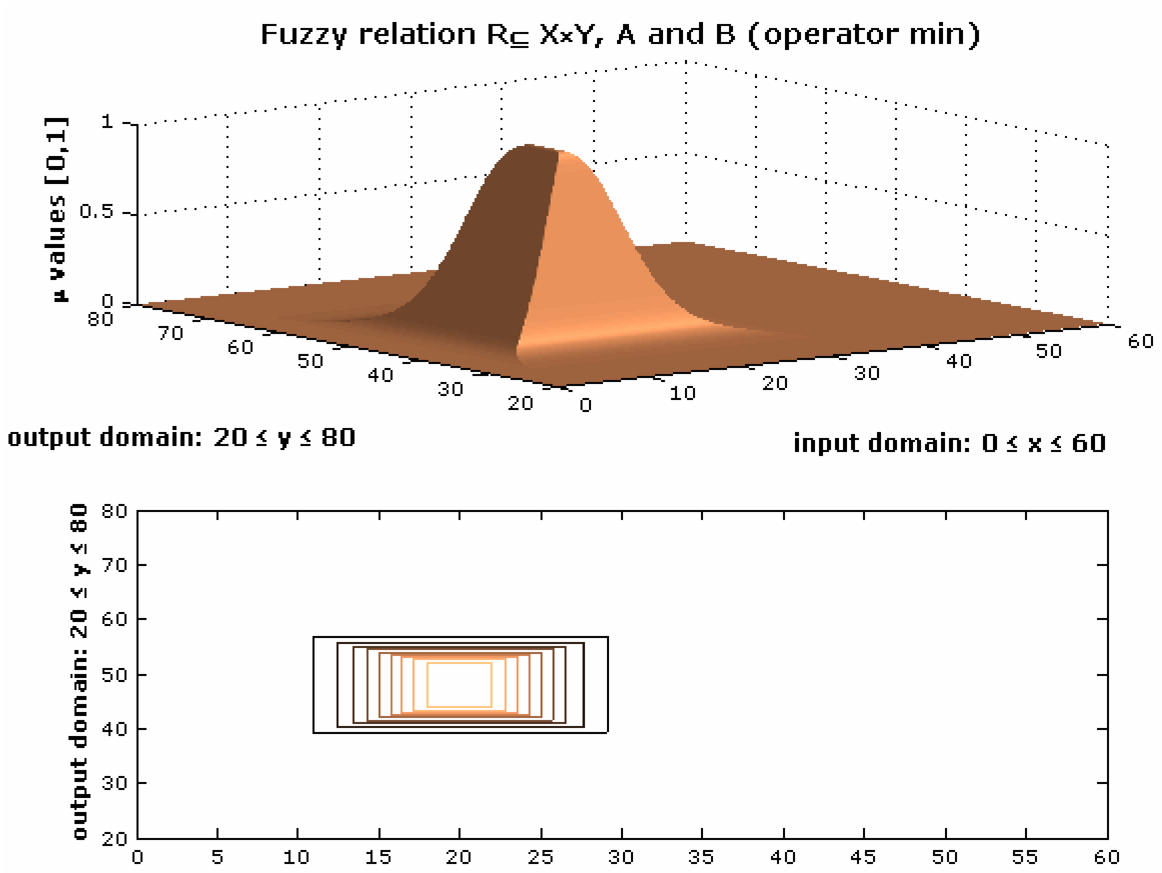


Рис.1. *Представление функций принадлежности* (1.A), *гипотетического нечеткого отношения на* X×Y *и проекции отношения на область* Y (1.B)

(2.A) MATLAB



/ см. продолжение на следующей странице /

(2.B)

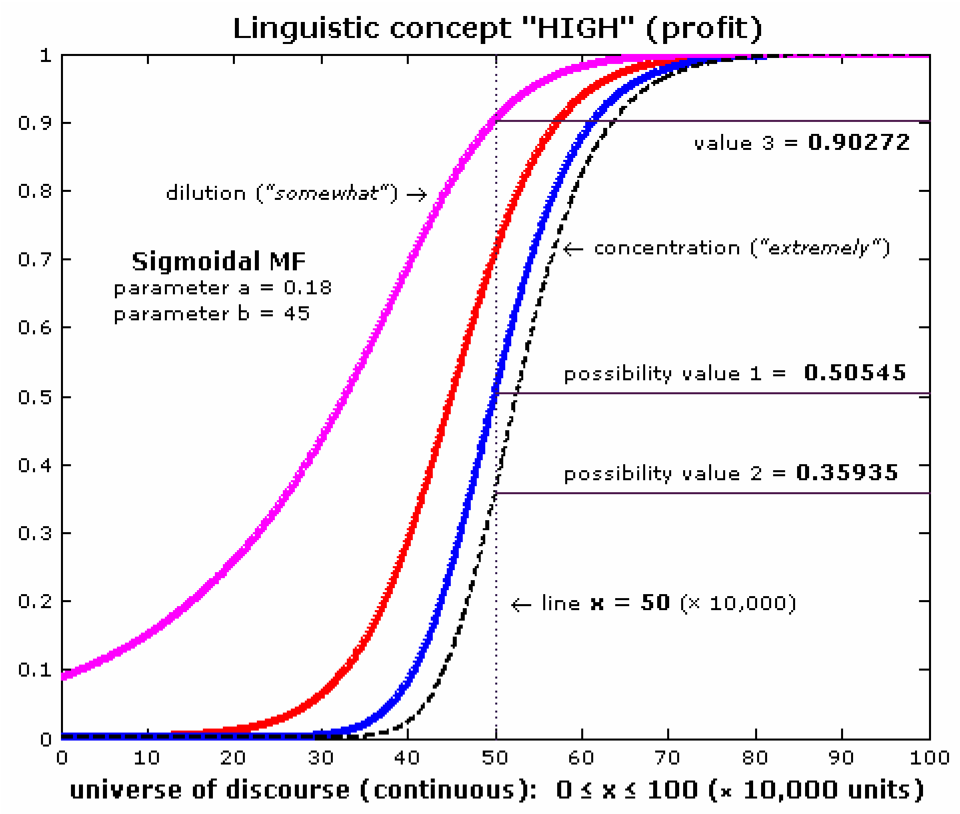


Рис.2. *Представление нечеткого отношения – 3D и контурный графики* (2.A), *вычисление лингвистических модификаторов (hedges)* (2.B)

(3)

MATLAB

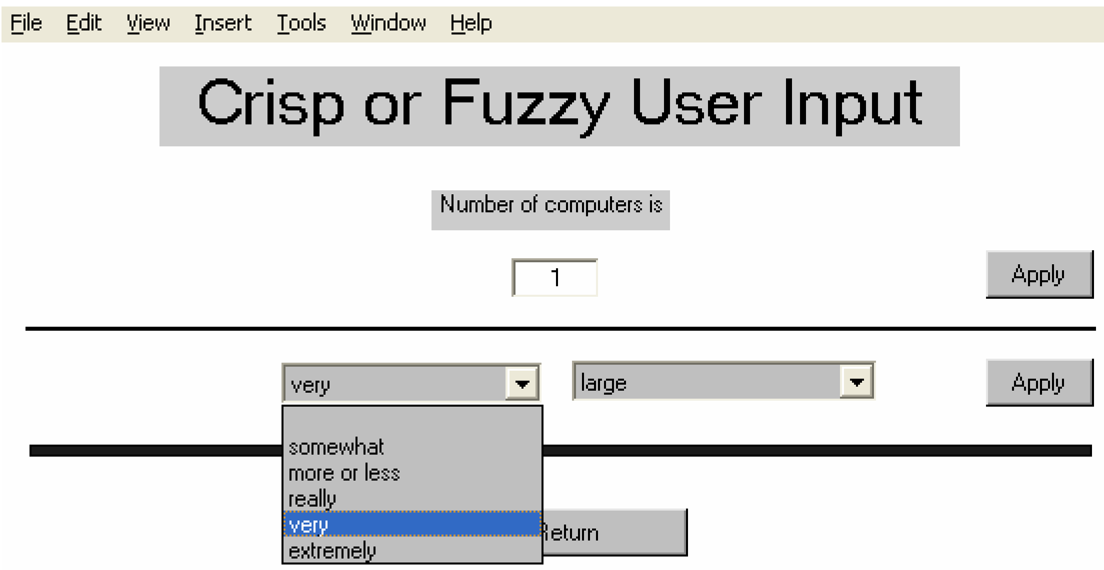


Рис.3. *Фрагмент пользовательского интерфейса, разработанного средствами MATLAB* (3)

В данной работе мы ограничимся рассмотрением лишь некоторых весьма общих аспектов риска, которые позволяют продемонстрировать привлекательные стороны и потенциал ядра MATLAB. Подробное обсуждение приложений теории нечетких множеств[5] и возможностей (*possibility theory*) при решении задач анализа риска инвестиций и выбора альтернатив действия может составить предмет отдельной большой работы в будущем.

Согласно [32], анализ риска имеет дело с состояниями неопределенности, которая в каждой конкретной решаемой задаче заставляет исследователей выбирать наиболее адекватное ее представление. В идеальном случае, расчеты, сбор и обобщение доступной (и достаточно точной) информации позволяют исследователю определить «вероятностную структуру» рассматриваемой величины X (например, денежного оборота) и выразить ее дискретной функцией плотности распределения со значениями $f(x_i) = P[X = x_i] = p_i$, где p_i – вероятность, с которой X принимает значение x_i $(i=1,\dots,n)$. Такой традиционный подход к проблеме анализа риска связан с получением вероятностей возможных исходов случайной переменной X, и дальнейшие вычисления ориентированы на получение средних (ожидаемых) значений (применительно к финансово-экономической сфере, этот подход в бóльшей степени характерен «при оценке **проектов создания бизнеса**» [20]) и степенью разброса (рассеяния) значений случайной величины от среднего. В реальных ситуациях приходится иметь дело с многомерной совокупностью (выборкой) значений характерных признаков $x_1,x_2,\dots,x_q$, влияющих на результат (например, расчет вероятностей прибыли на основе заключений рыночных экспертов о распределении постоянных/переменных затрат и оборота денежных средств [2]) – в простейшем случае признаки независимы в совокупности; в более сложной ситуации, характер связи может иметь *функциональный* или *стохастический* характер.

Риск неразрывно связан с повседневной деятельностью человека, его нацеленностью на принятие разнообразных решений – зачастую мы рискуем (попадаем в **рисковые ситуации**), поскольку действовать приходится при отсутствии полной и достоверной информации, возможном влиянии внешней среды и возникновении разного рода нежелательных ситуаций, т.е. в *условиях неопределенности* [33]. Зависимость предпринимаемых действий от случайных факторов[6] заставляет очень внимательно следить за многочисленными **источниками риска** («условиями внутренней и внешней среды» [13]), особенно в тех случаях, когда речь заходит о финансовых инвестициях и реальной возможности убытков.

Анализ, прогнозирование и информационное обеспечение сведениями об ожидаемых от инвестиций экономических величин (параметров) должны реально учитывать тот факт, что определенные составляющие фона инвестиций на глобальном и локальном уровнях практически невозможно указать точно. К их числу безусловно следует отнести:

- общественно-политическую ситуацию, возможный приход к власти оппозиции (смена политической власти), социальные, религиозные и этнические конфликты, корректировки в характере правительственных программ и обусловленные этим колебания экономической активности, потенциальная опасность отчуждения собственности, состояние законодательной базы, уровень коррупции (и преступности в целом) [*группа факторов социально-политического риска*],

[5] Для ознакомления с приложениями аппарата нечеткой логики можно порекомендовать статьи сотрудников **ТОРА-Центра** (http://www.tora-centre.ru/library/index.html) - например, «Решение задач с применением нечеткой логики» М.Болдырева, «Нечеткая логика в бизнесе и финансах» А.Масаловича, и др.

[6] Другим проявлением непределенности является **неизвестность**, при которой не представляется возможным «назвать вероятности наступления... будущих ситуаций (ситуаций окружающей среды)» [1]. Помимо этого, принятие решений в условиях неопределенности (конфликта) является предметом изучения **теории игр**, сложившейся как самостоятельная дисциплина в середине 40-х годов прошлого столетия после выхода в свет книги Дж. фон Неймана и О.Моргенштерна. Большинство включенных в эту книгу примеров были посвящены рассмотрению конкуренции в экономике (игры с ограничениями, кооперативные/некооперативные игры)

- макроэкономическую ситуацию в течение определенного периода (реальные показатели экономики страны, темпов уровня инфляции, состояние банковской системы и т.п.) [*группа факторов экономического риска*],
- точные оценки объема спроса и продаж продукции, которые также подвержены серьезному влиянию факторов двух вышеперечисленных групп,
- точные параметры ценовой политики (цена готовой продукции) и элементы затрат (к ним, в частности, относятся и так называемые **постоянные затраты**, и среди них можно выделить процентные/арендные выплаты, зарплату, накладные административно-управленческие и производственные затраты, страховку и др.) на первичные исследования, связанные со сбором информации и прогнозированием экономического развития,
- потенциально возможная ротация сотрудников[7], которая может повлечь отрицательную динамику прибыли и клиентского сектора (уровня доверия).

Все вышеперечисленное (внешние и внутренние риски) приводит к размытости числовых значений инвестиционных расчетов, и как отмечено в [20], «… на самом деле в лучшем случае они будут некоторыми математическими ожиданиями, а то и просто субъективными оценками». Одновременно, заслуживает внимания и тот факт, что расчеты, связанные с инвестициями, «всегда ориентированы на денежные цели» – все неденежные политические, юридические, социальные и прочие аспекты, неизбежно сопутствующие работе над проектами, «вообще не учитываются в инвестиционных расчетах, или они учитываются лишь тогда, когда отражаются в выплатах и поступлениях»; в силу этого, расчеты должны «дополняться рассуждениями», которые учитывают такие трудно формализуемые факты, вынесенные «за скобки» рассмотрения.

При всей неопределенности экономических данных количественный подход к оценке рисков чрезвычайно важен и с точки зрения детального (или, по крайней мере, лучшего) понимания изучаемой проблемы, и для выявления факторов опасности, сопровождающих всякий реальный проект на разных этапах его воплощения в жизнь. В качестве отправной точки «реалистичное планирование инвестиций должно использовать … надежные усредненные величины, при которых шансы и риск с точки зрения планирующего уравновешивают друг друга», но практика, как обычно, вносит свои поправки, заставляя фактически проводить дополнительные (альтернативные) расчеты с учетом «взаимозависимости всех сфер деятельности предприятия» [2] и вероятностей их исхода.

3 Анализ безубыточности (расчет точки безубыточности)

Как правило, первым шагом к пониманию возможных рисков служит **анализ безубыточности** (*break-even-analysis*), который фокусирует внимание аналитиков на взаимосвязи составляющих цепочки *«постоянные затраты – переменные затраты – прибыль»* [34] и является важным инструментом управления издержками предприятия [15]. Его можно представить как упрощенный вариант **анализа чувствительности** (*sensitivity analysis*), применяемый для раскрытия «последствий неправильной оценки некоторых величин»

[7] Стремление иметь низкую текучесть кадров относится к множеству так называемой неденежной квантифицированной информации (**импондерабили** – от франц. *impondérable* – неуловимый, неопределенный), обрабатываемой вне инвестиционных расчетов. Несмотря на потенциальную возможность ее количественного выражения, полный учет этой информации весьма затруднителен, «так как она только косвенно влияет на достижение денежных целей, или же вообще не воздействует на них» [1].

(например, данный подход позволяет «определить критические значения таких переменных, как оборот, инвестиционные расходы, текущие производственные затраты и т.п., при которых … удается погасить долги за использование капитала со стороны» [2]). В частности, ключевой составляющей здесь выступает расчет **точки безубыточности** (*ТБ*), определяющей объем выпуска продукции (производства), при котором «оборот и производственные затраты равны», т.е. поддерживается нулевая рентабельность (доходность) – прибыль отсутствует, но и нет потерь [2,20]. Практическая значимость вычисления этого значения подкрепляется возможностью постановки важных с точки зрения анализа чувствительности вопросов, касающихся условий достижения ТБ при некотором небольшом процентном отклонении цен реализации, объема продаж[8] или постоянных текущих затрат от прогнозируемого уровня.

Для иллюстрации простой, но чрезвычайно важной в принятии решений процедуры расчета ТБ в случае выпуска одного вида товара, введем в рассмотрение следующие обозначения:

`p_unit`	цена единицы выпускаемого товара,
`z`	объем производства (количество товара),
`W = p_unit · z`	оборот (включая «выплаты за ресурсы, необходимые для изготовления реализованного товара … и связанные в готовой продукции на складе» [2]),
`con_sp`	постоянные[9] (не изменяющиеся на определенном промежутке времени при изменении объема) затраты в типовом (т.е. в том, для которого «достигнута проектная мощность») производственном периоде[10],
`var_sp`	переменные затраты на единицу товара (к числу этих затрат относятся все те, которые не классифицируются как постоянные). Как отмечено в [2], переменные компоненты «линейно зависят от объема производства, т.е. они являются неизменными в калькуляции затрат на единицу продукции»,
`Z = var_sp · z + con_sp`	общие затраты в производственном периоде.

Приравнивая `W` и `Z` (оборот и общие затраты), можно рассчитать точку безубыточности $z_{БУ}$:

$$\mathtt{p\_unit} \cdot z_{БУ} = \mathtt{var\_sp} \cdot z_{БУ} + \mathtt{con\_sp}, \quad \text{или} \quad z_{БУ} = \frac{\mathtt{con\_sp}}{\mathtt{p\_unit} - \mathtt{var\_sp}} \qquad (1)$$

Результат выполнения достаточно простого кода (скрипта, выполняющего расчет точки безубыточности) в среде MATLAB 5.3 / 6.0 показан на **рис.4**.

Если предположить, что величины `p_unit` и `var_sp` неизменны, то используя выражение (1), можно вычислить **критические значения постоянных затрат** (*КЗПЗ*) периода

$$\mathtt{con\_sp}_{КЗ} = (\mathtt{p\_unit} - \mathtt{var\_sp}) \cdot z$$

8 Превышение объемом продаж точки безубыточности называется **запасом финансовой прочности** [35]

9 Как было отмечено выше, к их числу относятся, в частности, амортизация основных фондов, процентные платежи, зарплаты, затраты, связанные со сбытом продукции и административной деятельностью предприятия/компании

10 Затраты и доходы обычно рассматриваются как «периодизированные» составляющие расчетов

Разность между критическим и планируемым значениями ($con\_sp_{КЗ}$, con_sp) представляет собой абсолютное выражение возможного приращения Δ_C величины con_sp, потенциально сохраняющего безубыточность (соответствующее процентное выражение задается отношением Δ_C/con_sp). Аналогичным образом можно рассчитать критические значения $p\_unit_{КЗ}$ и $var\_sp_{КЗ}$ для величин, используемых в приведенном выше выражении.

(4) MATLAB

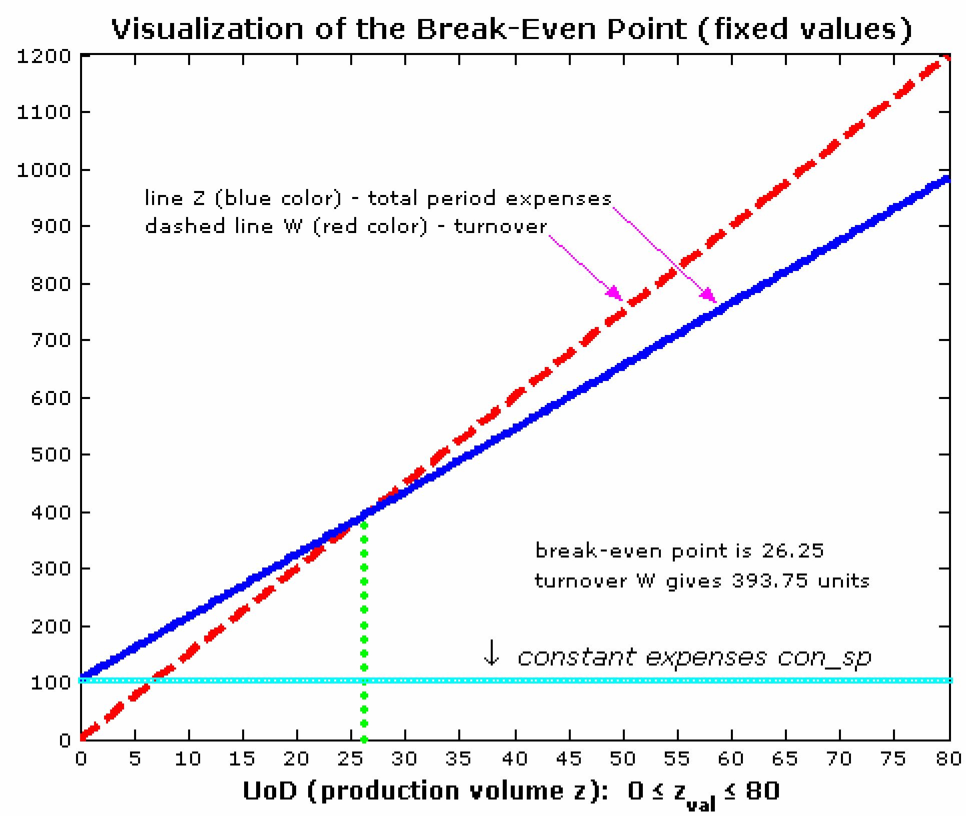


Рис.4. *Вычисление точки безубыточности (ТБ) для тестовых значений параметров* p_unit = *15,* var_sp = *11 и* con_sp = *105* (4)

Реализация (результаты выполнения) вычислений приращений постоянных/переменных затрат (Δ_C, Δ_V) и цены единицы товара (Δ_p) в среде MATLAB 5.3 / 6.0 показана на **рис.5**. В частности, для объема выпуска z, равного 20, затраты составляют 325 единиц ($Z = 11 \cdot 20 + 105$), а оборот W достигает лишь 300 единиц ($W = 15 \cdot 20$). В предположении неизменности значений con_sp и var_sp, безубыточность становится возможной только при *увеличении* цены единицы продукции p_unit с текущего значения 15 до уровня 16.25, т.е. на 1.25 пункта, или $\Delta_p = +8.3(3)\%$. Соответствующий график показан в левой нижней панели рисунка 5 (окно MATLAB), где ось абсцисс представляет значения затрат z, а точечно-пунктирная вертикальная линия – вычисленную константу $z_{БУ}$. Используя обозначения, введенные выше, $p\_unit_{КЗ}$ равняется 16.25, если z = 20. Другим вариантом достижения той же цели (безубыточности) можно считать сохранение значений con_sp и p_unit с одновременным *снижением* величины переменных затрат на единицу товара var_sp с 11 до критического порога 9.75 (-11.36%, правая верхняя панель, **рис.5**).

Как мы видим на левой нижней панели, падение объема производства до 5 (условных единиц измерения) приводит к тому, что стремление к безубыточности заставляет резко увеличивать цену единицы товара до 32, т.е. на 17 единиц по сравнению с изначально установленным значением 15. Однако, в этой ситуации следует учесть и закономерное снижение переменных затрат var_sp, которые могут быть выражены в виде линейной зависимости $a \cdot z + b$. Если предположить, что $a = 0.5$ и $b = 1$, то рост цены p_unit при неизменности остальных параметров модели будет не столь «драматичным», а именно, лишь на 9.5 пунктов.

Представленный рисунок 5 частично демонстрирует возможности ядра MATLAB оперировать разными типами графиков, которые могут быть легко «настроены» на наиболее наглядный для рассматриваемого приложения формат (более подробная информация о построении графиков и задании свойств линий может быть найдена в меню Помощь (*Help*) основного окна MATLAB (*Function Reference (by Category) – Basic Plots and Graphs*)).

Как справедливо отмечается в [2], основное назначение анализа безубыточности заключается в том, «чтобы помочь планирующему найти те переменные, которые имеют особенно большое значение для успеха проекта. Переменные, даже небольшие изменения которых по сравнению с первоначально заданными подвергают опасности успех проекта, необходимо исследовать заново и на этот раз особенно критически».

(5)

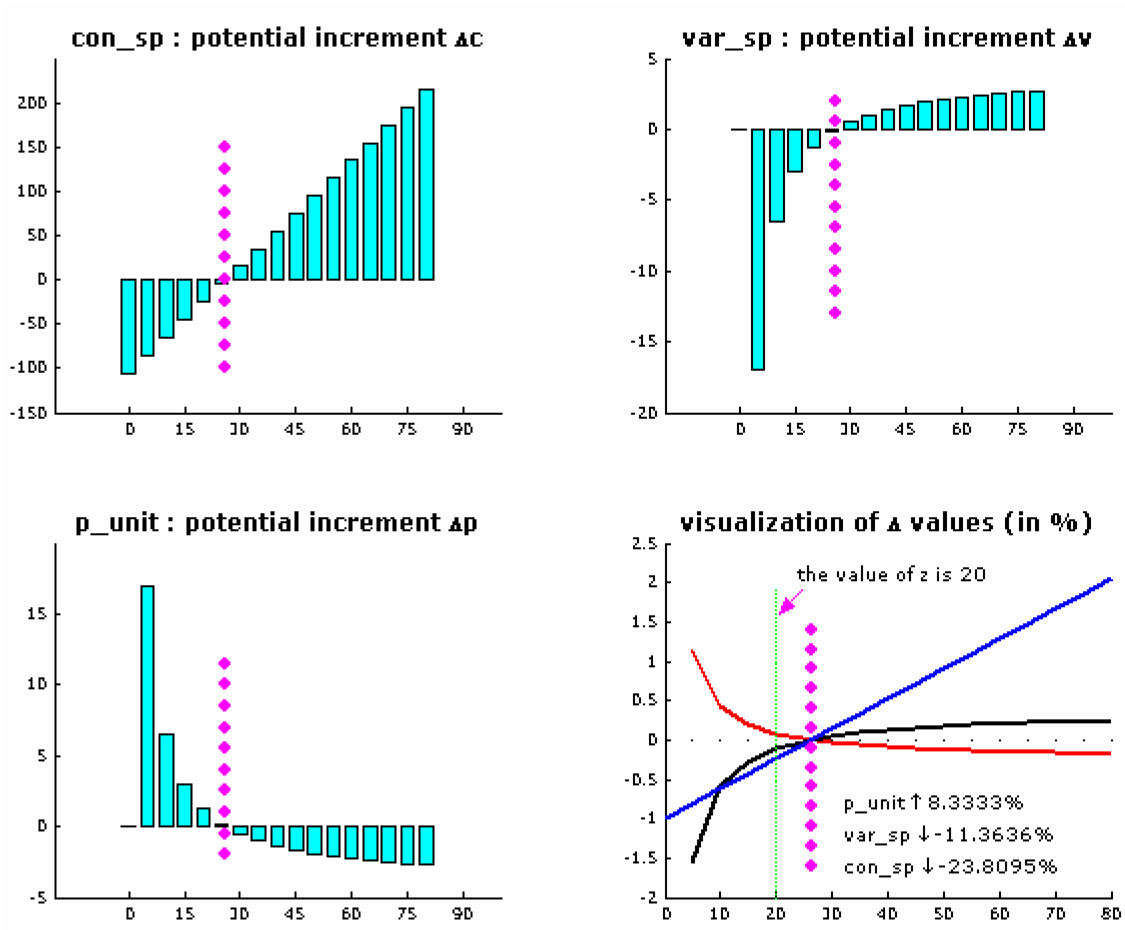


Рис.5. *Вычисление приращений, сохраняющих безубыточность (используются тестовые значений параметров* p_unit = *15*, var_sp = *11 и* con_sp = *105)* (5)

Рассмотрим пример типичной проблемы инженерной экономики, которая характеризуется следующими составляющими:

- выбор плана для дальнейшего финансирования осуществляется из двух или бóльшего числа имеющихся альтернатив,
- каждая альтернатива характеризуется определенной схемой поступления и расходования денежных средств (*cash flow*),
- как правило, расчетная процентная ставка (интерес инвестирования в проект/ставка процента по ссудно-заемным операциям) известна и фиксирована,
- на основании имеющейся (априорной) количественной информации требуется выбрать лучшую альтернативу [36].

Будем считать, что небольшая компьютерная фирма, которая занимается подготовкой документов (отчетов, «чистовых» печатных вариантов диссертаций, рекламных материалов и т.п.) в электронном виде, рассматривает два альтернативных плана расширения своей деятельности:

ПЛАН (альтернатива) **1**

взять компьютеры **в аренду** и платить 150 рублей в сутки за каждый из них и дополнительно 1800 рублей/компьютер за годовое сервисное обслуживание,

ПЛАН (альтернатива) **2**

купить компьютеры по 16000 рублей за единицу, при этом после двух лет эксплуатации каждый компьютер можно будет реализовать по цене 3800 рублей. Приобретение необходимого для работы программного обеспечения обходится в 9500 рублей в год, а обслуживание единицы техники составляет 20 рублей в сутки.

Для выбора одного из представленных планов сформулируем следующую задачу, предусматривающую проведение **анализа безубыточности**, а именно: сколько суток (календарных дней) в течение года следует использовать компьютеры для достижения одинаковой стоимости Планов 1 и 2. Процентная ставка в расчете на год равна 20% (здесь делается предположение, что «ставка процента одинакова для всех субпериодов планового периода», или, другими словами, в расчетах задействована «пологая кривая процента» [1]).

Проведем сравнение представленных планов на основе метода возмещения капитала/фонда (*Capital Recovery Method*) или годового возврата (*Annual Return Method*) [36]. Как следует из формулировки задачи, в Плане 2 расход и ожидаемые поступления денежных средств распределены во времени, и применяемые в подобных случаях динамические инвестиционные расчеты «с помощью метода сложных процентов дисконтируют платежи к одному и тому же моменту времени (или же соответствующим образом начисляют проценты)» – даже интуитивно можно понять, что «поступления (или выплаты), которые имеют место сегодня, имеют точно такую же стоимость, что и поступления (выплаты), которые будут иметь место лишь через три года» [1]. В общем случае, подобные типовые задачи инвестиционного анализа «решаются с помощью несложных математических расчетов», что открывает реальные перспективы использования системы MATLAB как для выполнения вычислений, так и для построения графиков, дающих удобную и легко понимаемую форму представления результатов[11]. Поскольку

[11] Этот факт уже подчеркивался в начале статьи – собственно сама расчетная часть описывается очень малым числом строк кода, основные усилия тратятся на придание рисунку (*figure*) более привлекательного вида. Следует также отметить,

многие экономические задачи требуют пусть и не столь изощренных, но достаточно интенсивных вычислений, удачный выбор инструмента компьютерного моделирования может внести существенный вклад в сокращение объема необходимых вербальных объяснений и комментариев.

Обозначим искомое число суток через dy, тогда годовая стоимость Плана 1 выражается как

$$AC_1 = 150 \cdot dy + 1800 \text{ (рублей)}$$

Для определения годовой стоимости Плана 2 (AC_2) следует учесть то, что помимо «постоянной» части годовых инвестиций $20 \cdot dy + 9500$ (рублей), мы должны принять во внимание факт приведения (эквивалентности) текущей (сегодняшней) Pr [12] $(t = 0)$ и будущей (остаточной) Ft $(t = 2)$ стоимостей к годовому финансовому потоку (рентному, т.е. регулярно происходящему, платежу) A. Следуя [28],

$$A = Pr \cdot (A / Pr, i\%, N) = Pr \cdot \frac{i \cdot (1+i)^N}{(1+i)^N - 1} \qquad (2)$$

где $(1+i)^N, N > 0$, называется **составным количественным множителем** (*compound amount factor*)[13], или множителем начисления сложных процентов [4], а запись $(A / Pr, i\%, N)$, выражающая **множитель аннуитета** (от англ. *annuity* – ежегодная рента, т.е. «денежный поток с равными поступлениями» [37]; ежегодный доход), означает, что годовой кэш-фло (*cash flow*) эквивалентен текущей (сегодняшней) стоимости Pr, действующей на момент времени $t = 0$ при действующей ставке процента (дисконта) i. Для рассматриваемого примера использование (2) приводит к появлению в выражении AC_2 очередного слагаемого

$$16000 \cdot \frac{0.2 \cdot 1.2^2}{1.2^2 - 1} = 16000 \cdot 0.65455 = 10472.8 \text{ (рублей)},$$

или

$$\frac{10472.8}{1+0.2} + \frac{10472.8}{(1+0.2)^2} = 8727.333 + 7272.777 \approx 16000 \text{ (рублей)}$$

Другими словами, платежи в размере 10472.8 рублей по Плану 2 осуществляются ежегодно (в первый и во второй годы, $N = 2$) по неизменной ставке 20 процентов. К сожалению, «это требование не выполняется при осуществлении … легко применяемых статических расчетов» [1], к числу которых относятся методы определения и сравнения прибыли и издержек.

Аналогичным образом, равноценность A и Ft устанавливается соотношением, использующим коэффициент возмещения капитала (*Capital Recovery*), который является обратным по отношению к «фактору накопления единицы за период» [28,37]:

$$A = Ft \cdot (A / Ft, i\%, N) = Ft \cdot \frac{i}{(1+i)^N - 1} \qquad (3)$$

что окно вывода (*figure*), содержащее рисунок (изображение), открывается автоматически при вызове соответствующей (-их) функции(-й) приложения, которые отвечают за графические построения

12 В литературе сегодняшняя (текущая) стоимость инвестиции обозначается P или PV (от англ. *P*resent *V*alue)

13 В экономических публикациях он также имеет название **множителя наращивания** или **накопленной суммы единицы**; показатель степени N определяет период наращивания [37]

Числовые данные примера окончательно приводят к построению линейной функции $AC_2(dy)$, представляющей стоимость второй альтернативы (плана):

$$20 \cdot dy + 9500 + 10472.8 - 1590.925 = 20 \cdot dy + 18381.875 \text{ (рублей).}$$

Окончательно, искомое значение dy является решением уравнения

$$150 \cdot dy + 1800 = 20 \cdot dy + 18381.875, \text{ или } dy = 127.553 \text{ (суток).}$$

Результаты моделирования в среде MATLAB 5.3 / 6.0 (**рис.6**) подтверждают полученное в расчетах значение dy и одновременно наглядно показывают, как изменяется решение при варьировании отдельных параметров модели. В частности, повышение только лишь арендной платы за каждый из используемых по Плану 1 компьютеров со 150 до 310 рублей в сутки приво-

(6)

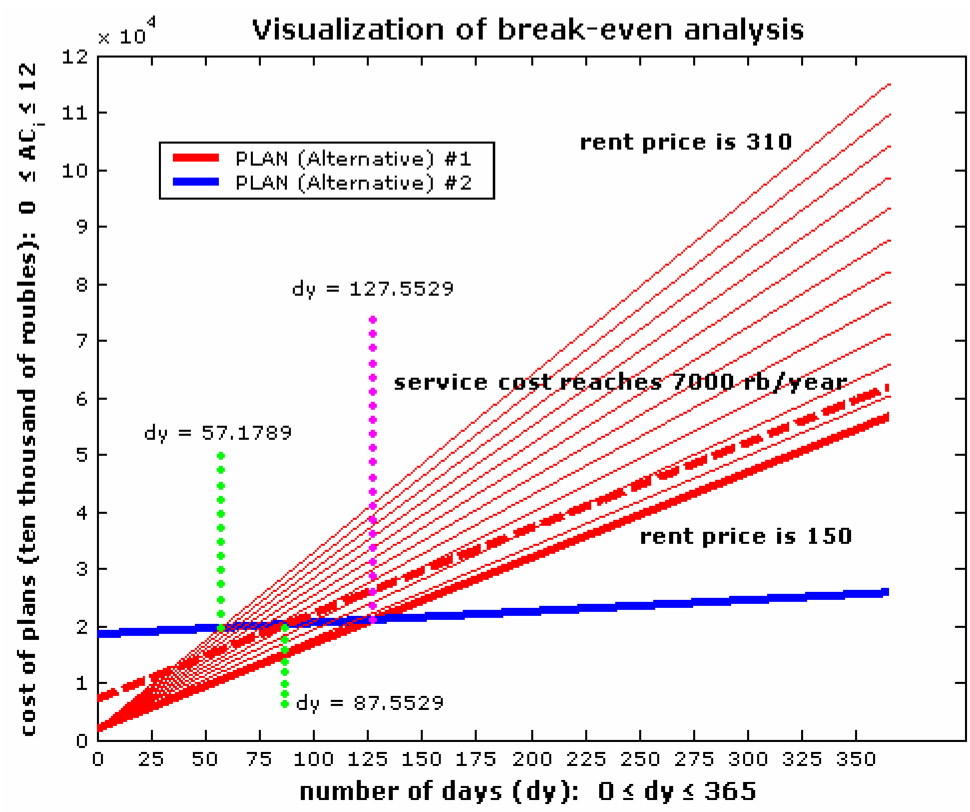


Рис.6. *Влияние приращений (по отдельности) арендной платы и годового сервисного обслуживания (план* AC_1*) на значение* dy*, определяющее равенство* AC_1 *и* AC_2 (6)

дит к совпадению стоимостей AC_1 и AC_2 рассматриваемых планов уже на 58-е сутки; если же арендная плата не меняется, а стоимость годового сервисного обслуживания возрастает почти в 4 раза, достигая уровня 7000 руб. за компьютер, то значение dy оказывается меньше расчетного на 40 единиц (или, календарных дней). Как мы видим, использование фирмой компьютеров в течение первых 128 суток приводит к тому, что План 2 (покупка компьютеров) становится явно **доминирующим**, причем проявляется это уже в краткосрочной перспективе. Например, к концу первого года потенциальная экономия денежных средств при реализации Плана 2 может достичь 30000 рублей – здесь нелишне будет заметить, что эта сумма превосходит ориентировочную годовую стоимость (≈ 25600 рублей) AC_2 в пересчете на один компьютер. Если дополнительно предположить, что заложенная в Плане 2 достаточно низкая цена реализации компьютера после двух лет эксплуатации (3800 руб.) может быть все-таки увеличена, по крайней мере, до 7500 рублей (46% от его начальной стоимости), то при сохранении неизменными всех остальных параметров План 2 становится еще более привлекательным для инвестиций. Другими словами, бóльший возврат средств в будущем приводит к *снижению* полученного значения dy (≈ 128 суток) еще на 13 единиц (суток). Однако, следует отметить, что эффект влияния изменения цены продажи компьютеров (4500 → 7500 → 10500 рублей) на dy (**рис.7**, штриховая линия **- - -**) оказывается менее значительным по сравнению с возможным увеличением расходов (в год) на приобретение необходимого программного обеспечения. Учитывая достаточно высокую стоимость отдельных лицензионных пакетов, используемых для качественной подготовки документов, предусмотренные для этой цели планом 9500 рублей (≈ 300 USD) почти наверняка окажутся недостаточными. Удвоение выделенной суммы приводит к *увеличению* dy до 201 (суток), т.е.

(7) MATLAB

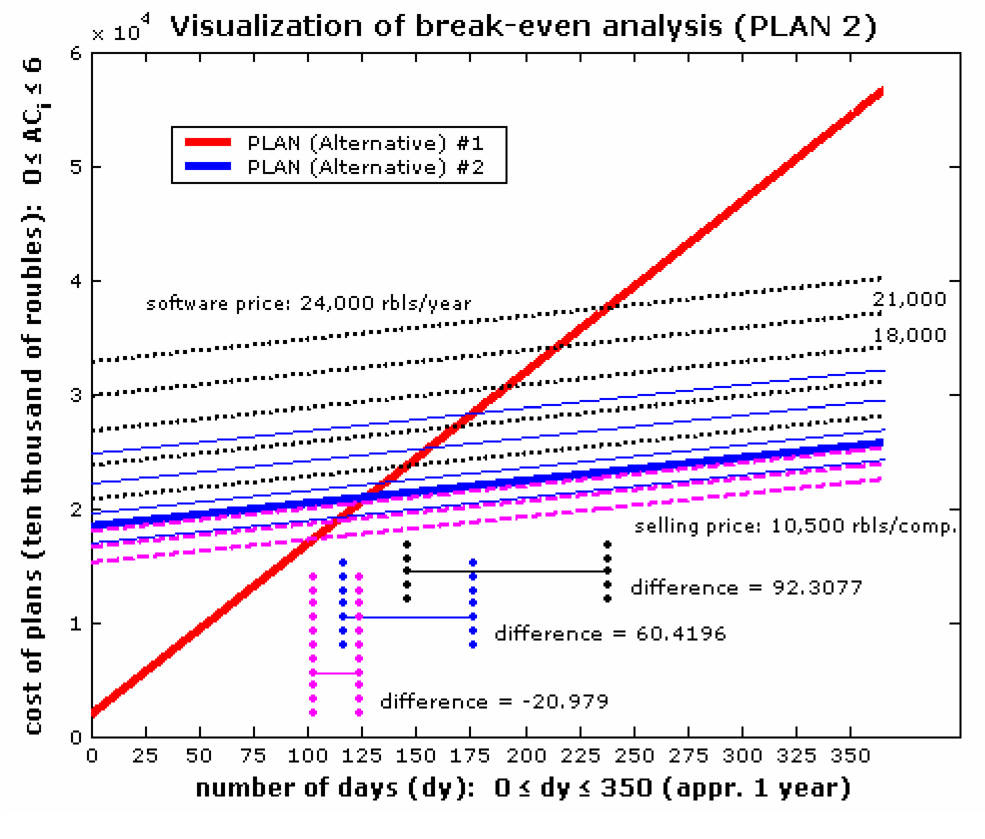


Рис.7. *Влияние приращений (по отдельности) стоимости программного обеспечения (▪▪▪), цены продажи подержанной техники (- - -) и стоимости ежедневного обслуживания компьютера (—) на значение* dy *(план* AC_2*), определяющее равенство* AC_1 *и* AC_2 (7)

сразу на 73 единицы, а расходование 24000 рублей (≈ 755 USD) смещает dy по шкале времени до отметки 239 (**рис.7**, пунктирная линия ▪▪▪ черного цвета). Изменение же ставки процента (дисконта) i (**рис.8**) не оказывает очень существенного влияния на величину dy – например, рост i в диапазоне значений [0.2,0.35] (от 20 до 35%) приводит к увеличению dy лишь на 16 единиц (суток), в то время как снижение ставки с 20%, на которые ориентирован План 2, до 10% (при сохранении значений остальных параметров) дает в качестве решения поставленной задачи значение 117.

(8) MATLAB

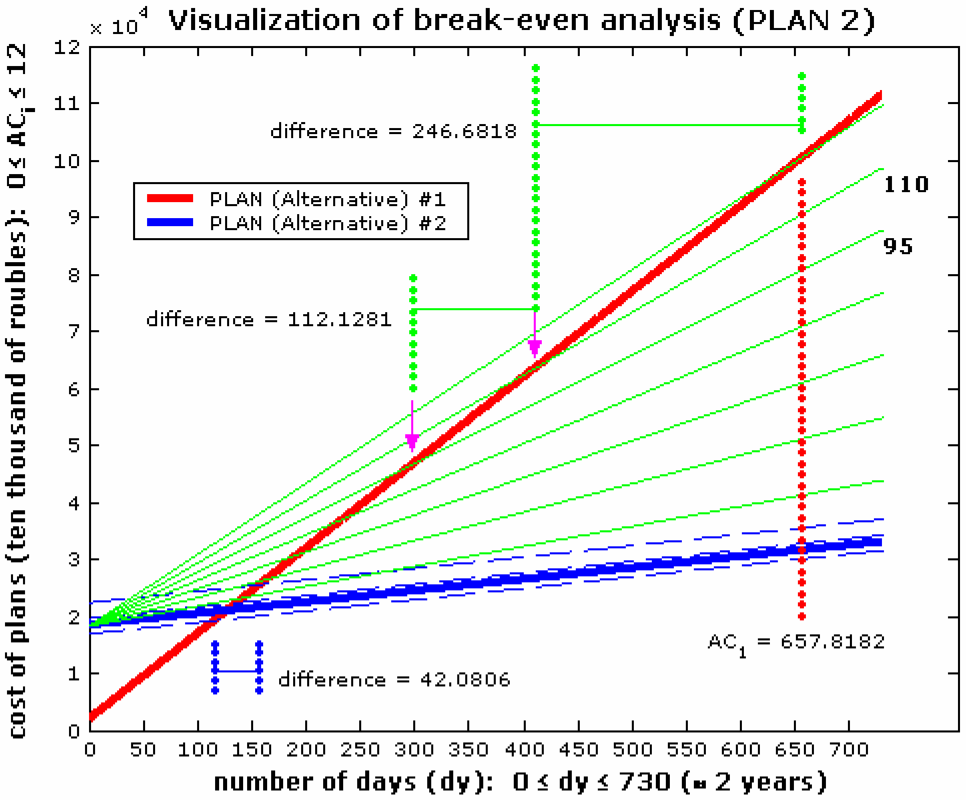


Рис.8. *Влияние приращений (по отдельности) стоимости обслуживания единицы техники (—) и ставки действующего процента (– – ;диапазон 0.1÷0.5) (план* AC_2*) на значение* dy*, определяющее равенство* AC_1 *и* AC_2 (8)

Несмотря на достаточную надежность современных технических устройств, обслуживание компьютеров может потребовать привлечения не только системных инженеров самой фирмы, но и специалистов сервисных центров компании-продавца и/или фирмы-производителя приобретенной техники. На эти цели по Плану 2 выделяются 20 рублей/сутки (или, в пересчете на календарные дни, 7300 рублей ≈ 230 USD в год), и этот параметр задает угловой коэффициент k_2 прямой, изображающей действительную функцию $AC_2(dy)$. Абсцисса dy_p точки пересечения двух рассматриваемых прямых $AC_i(dy) = k_i \cdot dy + ext_i$ $(i=1,2)$ в декартовой системе координат определяется выражением $(ext_1 - ext_2)/(k_2 - k_1)$. Если k_2 получает некоторое приращение Δk_2, т.е. мы предполагаем, что обслуживание компьютеров обходится несколько дороже, чем это предусмотрено Планом 2, то новое значение абсциссы принимает вид

$$dy_{p'} = dy_p \cdot \left(1 - \frac{\Delta k_2}{(k_2 + \Delta k_2) - k_1}\right) \qquad (4)$$

4 Сценарии действия. Классические принципы выбора альтернативы

Предположим, что назначенная группа экспертов (аналитиков) определила **сценарии действия**[14] в рамках начинаемого проекта; обозначим эти сценарии a_i $(i=1,\dots,n)$. В общем случае, i-тое альтернативное действие вызовет в будущем ситуации (окружающей среды, ОС [1])[15] s_j $(j=1,\dots,k)$, которые являются результатом имплементации a_i в условиях действия множественных факторов влияния. Таким образом, мы имеем возможность представить следующую упрощенную модель:

если выпадает выбор в пользу возможности действия a_i, и возникает ситуация s_j,
то обобщенный результат как выход реализованной альтернативы есть y_{ij}[16].

Естественно предположить, что группа экспертов (специалистов), ответственных за выбор действия(-ий), полностью располагает доступной информацией о всех возможных исходах их реализации или наступлениях будущих ситуаций окружающей среды. Другими словами, «ни одна из таких ситуаций не останется незамеченной лицом, принимающим решение (ЛПР), … и исключен случай, что позже наступит ситуация будущего, которую … ранее не приняли во внимание» [1]. Как было отмечено выше, для рисковых ситуаций характерно то, что для каждой s_j $(j=1,\dots,k)$ известна вероятность p_j ее наступления, $\sum p_j = 1$. В качестве примера представим

(9)

$$RES_{as} = \left|\begin{array}{cccc} 30 & 50 & 60 & 40 \\ 50 & 70 & 35 & 30 \\ 70 & 55 & 35 & 35 \\ 0.3 & 0.2 & 0.4 & 0.1 \end{array}\right|$$

	Ситуация 1	Ситуация 2	Ситуация 3	Ситуация 4
	30	50	60	40
	50	70	35	30
	70	55	35	35
Вероятности	0.3	0.2	0.4	0.1

Рис.9. *Пример матрицы соответствия* $a_i - p_j(s_j)$ $(i=1,\dots,3;\ j=1,\dots,4)$
для рисковых ситуаций принятия решения[17] (9)

[14] Разные источники именуют их также **альтернативами** или **возможностями действий** [1,2], либо просто **действиями**. Важно отметить и существенное требование, предъявляемое к обоснованному выбору между двумя инвестициями, т.е. «он возможен лишь тогда, когда они (инвестиции) являются подлинными, полностью исключающими друг друга альтернативами» [1].

[15] Согласно [38], «**состояние** *(окружающей)* **среды** – ситуация, на которую лицо, принимающее решение, не может оказывать влияние (например, благоприятный или неблагоприятный рынок, климатические условия, и т.д.)»

[16] Во многих источниках выходные положительные величины y_{ij} называют **прибылью** или **доходом**, не ограничивая эти термины исключительно денежным выражением; аналогично, негативные результаты означают **потери**

[17] Если ЛПР знает все возможные исходы сценариев действия и вероятности их наступления, то мы говорим о **принятии решения в условиях риска** [39]

результаты принятия решений в матричном виде, где строки соответствуют сценариям a_i (для упрощения будем считать равным 3, $i = \overline{1,3}$), а столбцы – вероятности возникновения j-той ситуации ОС, характеризуемой результатом (выходом) y_{ij} (**рис.9**). Другими словами, на этом рисунке представлены **ряды распределений** величин a_i с конечным числом возможных исходов, т.е. каждая i-тая альтернатива (сценарий) действия определяется вектором (y_{i1}, p_1, y_{i2}, p_2, y_{i3}, p_3, y_{i4}, p_4). Во многих практических ситуациях число альтернатив (сценариев действия) невелико, но, как правило, они оказываются «достаточно сложными для изучения и сравнения» [40].

Несмотря на внешнюю простоту матрицы RES_{as}, ее построение не выглядит столь тривиальной задачей, поскольку «тот, кто задает вероятности будущих сценариев, должен обладать большой силой воображения» [2]. Другими словами, работа над подавляющим большинством проектов начинается в условиях, когда недостаток информации просто не позволяет провести *объективный подсчет вероятностей* исходов рассматриваемых альтернатив действия. Доступны ли в таком случае количественные оценки, аналогичные тем, которые показаны на **рис.9**? В целом, утвердительный ответ на поставленный вопрос подразумевает использование неких субъективных вероятностных значений, предоставленных группой(-ами) экспертов, которые руководствуются знаниями, аналогиями (результатами сравнительного анализа), эвристическими подходами и т.д.

Если все же этот этап успешно пройден, и матрица (**рис.9**) заполнена значимыми для экспертов числовыми данными, мы получаем возможность перейти к выбору наиболее предпочтительной альтернативы a^* на основе **принципов доминирования** и/или **классических принципов** [1] – выбор лучшей альтернативы является «одной из основных задач в *принятии решений*» [40].

Если классифицировать их (принципы) как две группы подходов к принятию решений, то безусловно, они являются взаимодополняющими – выявление доминирующих (-его) сценариев (-ия) базируется, в основном, на сравнении доходов y_{ij} (их максимальных/минимальных значений), в то время как классические принципы предусматривают расчет «показателей, которые описывают распределение вероятностей доходов, для последующего получения значений предпочтений» [1].

В частности, один из принципов доминирования позволяет выделить из двух сравниваемых сценариев a_m и a_n тот, минимально возможная прибыль от реализации которого не уступает максимально возможной прибыли альтернативного варианта (если это условие выполняется, то говорят об **абсолютном доминировании** m-той альтернативы a_m над a_n, или наоборот). Простой расчет (опять же, он может быть легко выполнен в системе MATLAB), проводимый по строкам матрицы RES_{as} (**рис.9**) показывает, что ни одно действие из числа a_1, a_2 и a_3 не доминирует абсолютно над другим; помимо того, что для рассматриваемой матрицы данный принцип не позволяет «сократить множество альтернатив, которые необходимо учитывать, и … упростить проблему принятия решений» [1], он также и не учитывает численно заданный посредством вероятностей наступления альтернативных ситуаций «рисковый фактор». Отчасти, положение исправляет **принцип доминирующей вероятности**, который утверждает, что альтернатива a_m доминирует над a_n, если

1. при выборе a_m вероятность достичь каждую прибыль y^{EXAM} не меньше, чем при реализации альтернативы a_n, и
2. «существует, по меньшей мере, одна прибыль y^*, которая достигается с помощью a_m с бóльшей вероятностью, чем при a_n» [1].

Результаты, обобщенные в матрице (**рис.9**), можно представить в виде, удобном для проверки вышеизложенного принципа (факта доминирования одной альтернативы над другой):

y^{EXAM} ⟶	30	35	40	50	55	60	70	Значения y_{ij}
$p(y_1 = y^{EXAM})$	0.3	–	0.1	0.2	–	0.4	–	*1-я строка*
$p(y_2 = y^{EXAM})$	0.1	0.4	–	0.3	–	–	0.2	*2-я строка*
$p(y_3 = y^{EXAM})$	–	0.4	–	–	0.2	–	0.3	*3-я строка*
$p(y_1 \geq y^{EXAM})$	1.0	0.7	0.7	0.6	0.4	0.4	0.0	*1-я строка*
$p(y_2 \geq y^{EXAM})$	1.0	0.9	0.5	0.5	0.2	0.2	0.2	*2-я строка*
$p(y_3 \geq y^{EXAM})$	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5	0.3	0.3	*3-я строка*

Сравнения двух последних строк показывает, что вероятность получения результата (прибыли), превосходящего 55 единиц (до 70, включительно) при использовании сценария действия a_3 оказывается выше, чем для сценария a_2, т.е. a_3 *доминирует* над последним из упомянутых. В то же время, a_1 , по-прежнему, остается в некоторой «тени», обеспечивая со средней вероятностью достижение *умеренной прибыли* в диапазоне [40,60] единиц.

Во многих практических ситуациях анализ множества альтернативных действий и принятие решений в условиях риска, руководствуясь только принципами доминирования, может не выявить (явно) доминирующую (-ие) возможности. Именно поэтому, часто приходиться использовать и классические подходы для формального обоснования предпочтения[18]. Трактуя выходы реализуемого решения как значения дискретной случайной величины ξ_i (для сценариев мы сохраняем прежнюю нотацию a_i – каждый из них связан с наступлением определенной ситуации ОС и получением прибыли; она полностью определена, так как известен результат ее измерения, который представляется строкой матрицы соответствия, аналогичной показанной на **рис.9**), эксперты могут рассчитать **среднее значение** (**математическое ожидание**) **прибыли** по следующей формуле:

$$M\xi_i = \sum_{j=1}^{k} y_{ij} \cdot P(a_i \to y_{ij}) = \sum_{j=1}^{k} y_{ij} \cdot p_j , \qquad (5)$$

где каждое значение y_{ij} множества (величины) $Y^i = \{y_{ij}\}$ $(i=1,\dots,n;\ j=1,\dots,k)$ при осуществлении эксперимента (действия) a_i наблюдается с вероятностью p_j, а $P(a_i \to y_{ij})$ обозначает вероятность наступления j-той ситуации окружающей среды s_j, т.е. получения прибыли y_{ij} при

---

[18] Здесь уместно обратить внимание на то, что рисковая ситуация является **проблемной** для группы людей, вовлеченных в инвестиционный проект как **сложную систему**. Безусловно, присутствие проблемы является признаком недостаточной системности, а попытка найти решение «в отношении будущих ситуаций окружающей среды» [41] связана с попыткой практически повысить ее путем выработки (расчета) лучшей альтернативы. В любом случае, модель, которой приходится оперировать, всегда оказывается беднее оригинала, но следуя одному из **методологических принципов системных исследований**, принятое математическое описание (например, матричная форма, представленная на рис.9) предопределяет круг вопросов, которые можно исследовать в рамках данного описания. В рассматриваемом случае, помимо принципов доминирования, аналитики могут также перейти к получению числовых характеристик случайных величин, а именно средних значений, дисперсий (моментов первого порядка и центральных моментов второго порядка), средних квадратичных отклонений, мод и p-квантилей [42]. Именно эти вычисления и являются составляющими **классических принципов** выбора (**принятия**) **решений**

реализации альтернативы a_i[19]. Следуя обозначениям, принятым в теории вероятностей, множество $Y^i = \{y_{ij}\}$ можно трактовать как *множество исходов* эксперимента a_i[20].

Расчет для данных матричной формы (**рис.9**) дает следующее соотношение:

$$M\xi_3\ (49.5) > M\xi_1\ (47) > M\xi_2\ (46)$$

Отсюда можно заключить, что альтернатива a_3 опять, теперь уже на основании классического расчета математических ожиданий, оказывается доминирующей (т.е. $a_3 = a^*$), поскольку ξ_3 обладает наибольшим средним значением. Одновременно, числовое выражение $M\xi_1$ показывает незначительное «превосходство» возможности действия a_1 над a_2 в условиях риска (как мы помним, принцип доминирующей вероятности не позволил выделить каким-либо образом альтернативу a_1 на фоне a_3 и a_2). Несмотря на то, что правило на основе вычисления математического ожидания (в литературе оно часто называется **μ-принципом**) является лишь первым шагом на пути определения предпочтений на имеющемся множестве альтернатив a_i $(i=1,\dots,n)$ – оно далеко «не всегда дает обоснованную рекомендацию выбора лучшего» действия [1]. В результате, данный упрощенный пример уже на этом этапе анализа позволяет отметить две особенности, заслуживающие пристального внимания ответственных за принятие решений экспертов (аналитиков/инвесторов):

- в большинстве практических ситуаций, исключая возможные очевидные случаи, множество вычисляемых для построенных моделей характеристик предпочтения должно быть как можно шире; при этом условии, интуиция и опыт специалистов по инвестиционным решениям, дополненные числовыми характеристиками, позволят выработать правильное (лучшее в терминах прибыли) решение, или, по крайней мере, значительно «упростить проблему принятия решений» за счет отсеивания малопривлекательных вариантов,
- **фактор предрасположенности к риску** экспертов, принимающих решения, также чрезвычайно важен (т.е. психологические особенности людей, желание рисковать или сознательный выбор осторожного поведения имеют большую практическую значимость с точки зрения общего прогнозирования поведения человека в ситуациях риска [23]). Например, при выборе между альтернативами a_1 и a_2, решение о предпочтении a_2 нельзя признать нерациональным – «скорее всего, нужно сделать вывод о том, что правило математического ожидания … не информирует нас о рисках и шансах» [20].

Помимо математического ожидания (положения «центра» плотности распределения), *абсолютной мерой риска* служит и дисперсия, вычисляемая как разность между случайной переменной и ее средним значением. Если ξ_i – случайная величина, тогда ξ_i^n также является случайной величиной для любого целого числа n; если $M\xi_i^n$ – математическое ожидание ξ_i^n, то оно называется моментом порядка n случайной величины ξ_i. При условии, что $M\xi_i$ конечно, и $(\xi_i - M\xi_i)^n$ обладает математическим ожиданием $M(\xi_i - M\xi_i)^n$, последняя из перечисленных величин есть **центральный момент порядка n** величины ξ_i [43]. В теории вероятностей наиболее важную роль играет второй центральный момент, называемый **дисперсией**:

[19] Символ $\rightarrow$ используется для обозначения термина *«влечет»*

[20] Термин «гипотетический эксперимент» представляется здесь более уместным, поскольку на этапе планирования (расчета) проекта мы оперируем лишь предполагаемыми значениями, а не результатами расчетов реально воплощенных сценариев

$$D\xi_i = M(\xi_i - M\xi_i)^2 = M\xi_i^2 - (M\xi_i)^2 = \sum_{j=1}^{k} y_{ij}^2 \cdot p_j - (\sum_{j=1}^{k} y_{ij} \cdot p_j)^2 \qquad (6)$$

Для рассматриваемого примера (матрица RES_{as}) дисперсии, или степени разброса (рассеяния) ξ_i от их средних значений, равны 161, 194 и 237.25, соответственно. Одновременно, $D\xi_i$, $i=\overline{1,n}$, используются для вычисления **среднеквадратического** (абсолютного среднего) **отклонения** случайной величины ξ_i, а именно:

$$\sigma(\xi_i) = \sqrt{D\xi_i} \qquad (7)$$

Сводная таблица, показывающая результаты расчетов по формулам (5), (6) и (7), представлена на **рис.11** (выполнение соответствующего MATLAB скрипта отражает данные, соответствующие исходной матрице RES_{as}, и вычисленные значения математических ожиданий и среднеквадратических отклонений ξ_i, $i=1,\ldots,3$, **рис.10**). Несмотря на то, что число задействованных характеристик выросло до трех, по-прежнему остается нерешенным вопрос об их комбинировании (совместном использовании) с целью выработки решения о предпочтении конкретного(-ных) варианта(-тов) действия и учета фактора возможной предрасположенности к риску[21]. Следуя [1], можно выделить следующие виды **функций** (значений) **предпочтения**:

$$PF_A(\xi_i, \alpha) = M\xi_i + \alpha \cdot D\xi_i \qquad (8)$$

$$PF_B(\xi_i, \alpha) = M\xi_i + \alpha \cdot \sigma(\xi_i) \qquad (9)$$

$$PF_C(\xi_i, \alpha) = M\xi_i + \alpha \cdot (D\xi_i + M\xi_i^2), \qquad (10)$$

где коэффициент α выражает потенциальную готовность группы экспертов рисковать при выборе альтернативных действий, т.е. отрицательное значение α соответствует «случаю нерасположенности к риску», а $\alpha > 0$ – расположенности к нему [1] (нулевой коэффициент α приводит все вычисления по формулам (8), (9) и (10) к расчету средних значений величин ξ_i). Вне зависимости от вида используемой функции предпочтения, из двух сравниваемых альтернатив a_i и a_j выбор падает на ту, для которой значение $PF(\bullet)$ больше. Как мы видим, при известных математическом ожидании и дисперсии ξ_i вычисляемые значения функций полностью зависят от фактора α (**рис. 12**, **13**). Сравнивая результаты выполнения MATLAB скриптов с заключениями, полученными на основе применения принципа доминирующей вероятности, можно отметить, что доминирование a_3 над a_2 имеет место только при значениях коэффициента $\alpha \geq -0.080925$ (для функции предпочтения $PF_A(\bullet)$, **рис.13**). Одновременно, использование того же критерия (8) позволяет принять решение о практическом предпочтении действия a_1 перед a_2, если нет желания рисковать, или готовность к риску минимальна ($\alpha < 0.03$). Числовые расчеты, производимые по формуле (9) (см. результаты, представленные на **рис. 12**, **15**), в вербальной форме сводятся к следующим выводам:

- альтернатива a_1 оказывается предпочтительнее a_2 ($\alpha < 0.806$), если рисковать совсем не хочется, или при существовании среди членов группы экспертов некоторой весьма умеренной (осторожной) готовности рискнуть,

[21] Как справедливо отмечено в [44], «…стратегия с большей дисперсией рискованнее; но что лучше для нашего кошелька – риск или безопасная игра?»

(10) MATLAB

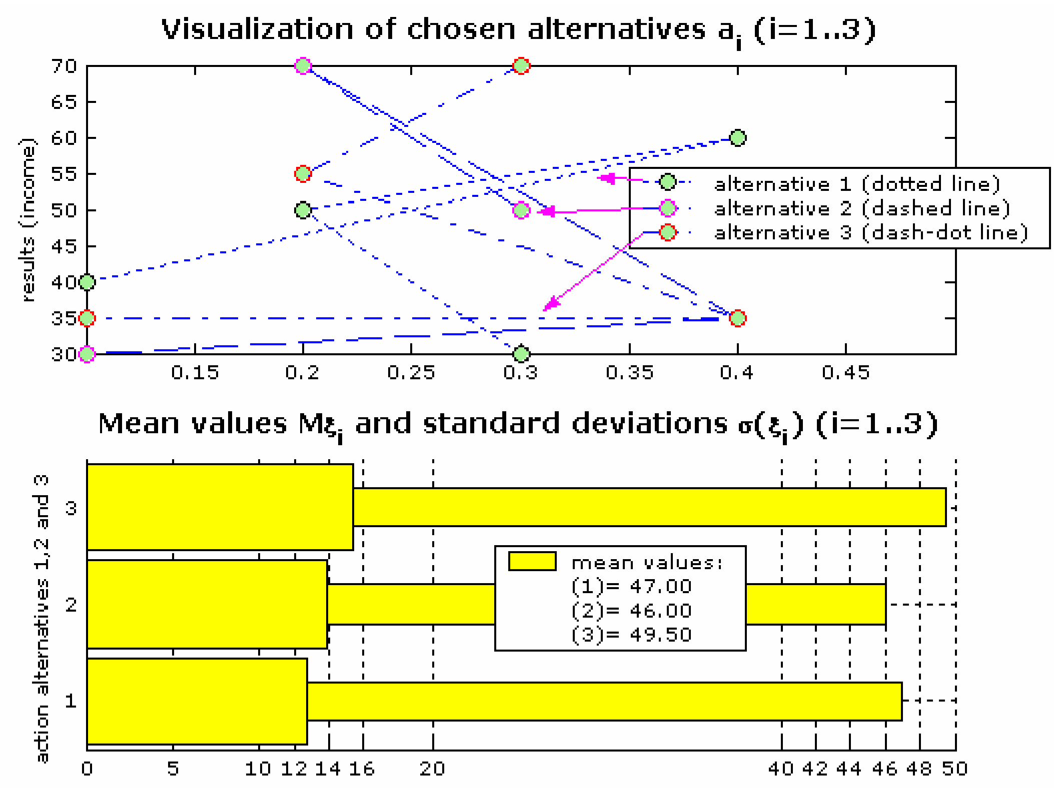


Рис.10. *Визуализация числовых данных, характеризующих альтернативы действия (матрица* RES_{aS}*),* $M\xi_i$ *и абсолютные средние отклонения* ξ_i (10)

(11)

	Математическое ожидание	Дисперсия	Среднеквадратическое отклонение
ξ_1	47	161	12.689
ξ_2	46	194	13.928
ξ_3	49.5	237.25	15.403

Рис.11. *Расчетные значения математического ожидания, дисперсии и абсолютного среднего отклонения случайных величин* ξ_i $(i=1,\dots,3)$ (11)

- альтернатива a_2 может оказаться предпочтительнее a_3 ($\alpha < -2.374$) только в условиях, когда лица, принимающие решение, явно перестраховываются, не желая слышать само слово *«риск»*,
- альтернатива a_1 оказывается предпочтительнее a_3 ($\alpha < -0.921$) при желании осуществить выбор одного из сценариев действия, не будучи готовым рисковать (по сравнению с предыдущим вариантом «пороговое» значение параметра α оказывается выше, смягчая нетерпимое отношение экспертов к риску).

(12)

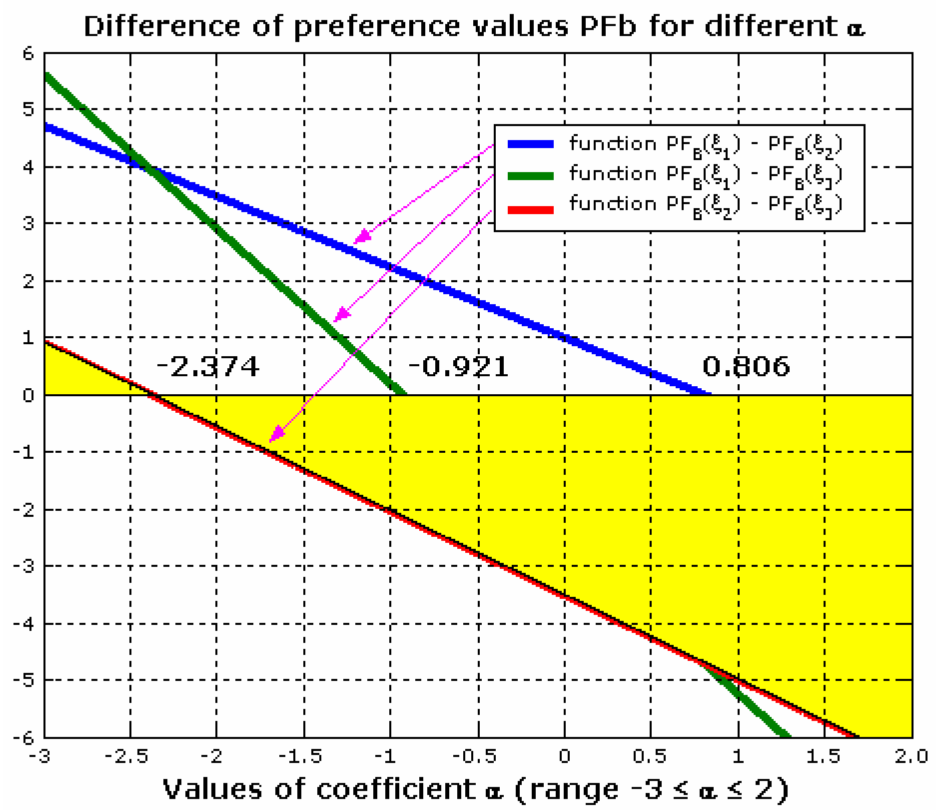


Рис.12. *Визуализация графиков функций предпочтения* $PF_A(\xi_2, \alpha)$ *и* $PF_A(\xi_3, \alpha)$ (12)

(13)

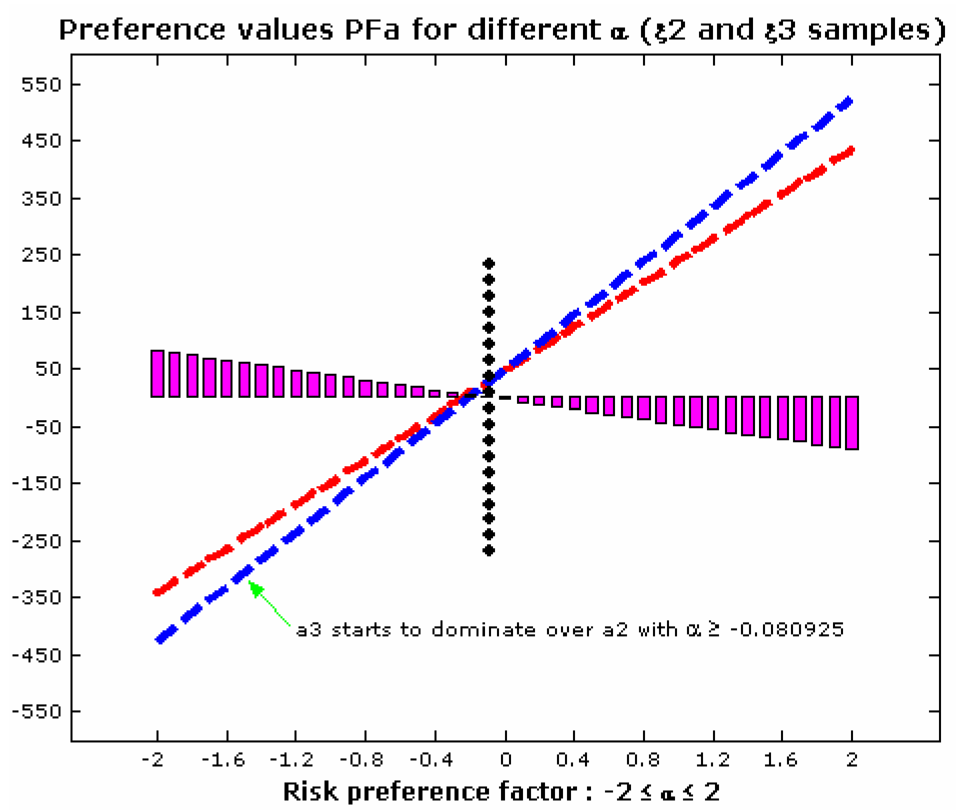


Рис.13. *Визуализация графиков функций предпочтения* $PF_A(\xi_2, \alpha)$ *и* $PF_A(\xi_3, \alpha)$ (13)

Другими словами, можно сделать вывод о том, что выбор возможного действия (альтернативы), осуществляемый путем расчета «математического ожидания и дисперсии совместимо с принципом доминирования только с ограничениями» [1] – для наглядности и упрощения анализа всех полученных выше результатов, представим их в виде общей таблицы (**рис.14**).

(14)

Используемый принцип ↓		альтернатива 1	альтернатива 2	альтернатива 3
принцип доминирующей вероятности		-(3)-	-(2)-	(1)
классический принцип 1 (математическое ожидание/μ-принцип)		(2)	(3)	(1)
классический принцип 2 (математическое ожидание + дисперсия/среднеквадратичное отклонение)		-(1)-	-(3)-	-(2)-
на основе функции предпочтения PF_B	Готовность рисковать есть $(\alpha > 0)$	-(3)-	-(2)-	(1)
	Готовности рисковать нет $(\alpha < 0)$	-(1)-	-(2)-	-(3)-
/ общий[22] вывод по всем принципам /		**(3-2)**	**(2-3)**	**(1)**

Рис.14. *Условная классификация альтернатив* a_i $(i=1,\dots,3)$ *по степени доминирования на основе рассмотренных выше принципов* (14)

Имея в распоряжении функции распределения[23] $F_\xi^i(y_i)$ случайных дискретных величин ξ_i, числовая последовательность $\{y_i\} \subset Y$ (множество всех возможных выходов или прибылей, получаемых при наступлении j-тых ситуаций ОС как результата использования i-той альтернативы действия), группа экспертов дополнительно может воспользоваться еще одной вероятностной характеристикой ξ_i, а именно **p-квантилем** (она позволяет составить достаточно полное представление «о виде функции распределения» [45]). Он представляет собой решение уравнения

$$F_\xi^i(y_i) = p \ , \ 0 < p < 1 \qquad (11)$$

и находит применение в математической статистике при построении оценки (доверительного интервала) неизвестной характеристики θ наблюдаемых значений (выборки) из генеральной совокупности, которая характеризуется функцией распределения, принадлежащей семейству $F(y, \theta)$.

22 Безусловно, представленный «общий» вывод приблизителен и достаточно субъективен – несмотря на то, что расстановка отобранных для рассмотрения альтернатив (позиция (1) в ячейке таблицы соответствует наиболее предпочтительному или доминируемому по данному критерию (принципу) варианту) основана на полученных расчетным путем числовых данных, тем не менее реальное упорядочение возможностей действия далеко не во всех случаях очевидно, что находит отражение в появлении в таблице условных классификаторов красного цвета, например, -(1)-

23 Их можно легко «сконструировать» на основании **рядов распределения** случайных дискретных величин (таблиц соответствий значений i-той случайной величины вероятностям того, что ξ_i примет эти значения) – для дискретного случая они имеют *кусочно-постоянный вид*

(15) MATLAB

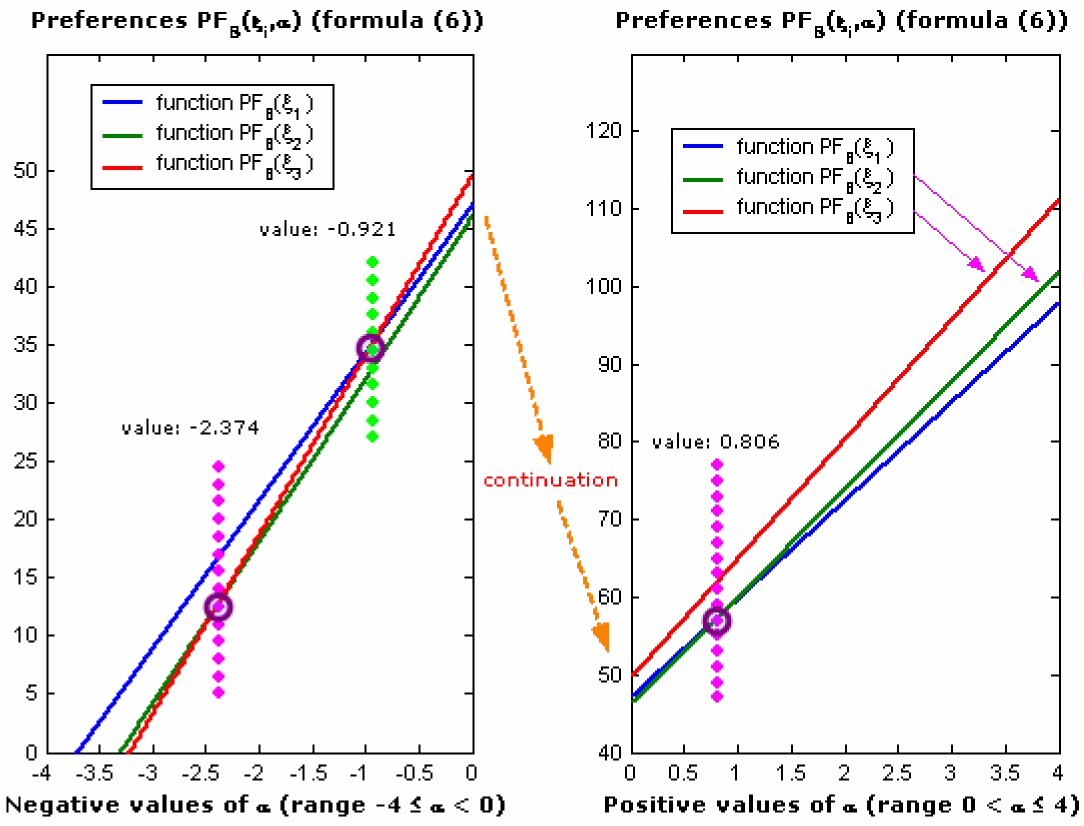


Рис.15. *Визуализация графиков функций предпочтения* $PF_B(\xi_i, \alpha)$ (15)

5 Ожидаемая полезность. Принятие решения (ПР) в условиях риска

При сравнении и выборе альтернатив в условиях неопределенности (риска) аналитики, как правило, не ограничиваются лишь принципами, рассмотренными выше. Другими словами, наличие дополнительных возможностей расширения множества количественных характеристик хоть и заставляет затрачивать больше энергии и времени на расчеты, но одновременно позволяет применить разные подходы, непосредственно влияющие на последующий этап обоснованной (мотивируемой) выработки рекомендаций относительно предпочтения тех или иных возможностей действия. В частности, часто используемым на практике подходом служит **методика** (или, **гипотеза**) **ожидаемой полезности**, которая явилась развитием идей работы Д.Бернулли (*Daniel Bernoulli*) «Опыт новой теории измерения жребия», (*Specimen Theoriae de Mensura sortis, Commen. Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae, 5, 175-192*), опубликованной Российской Академией наук в 30-х годах XVIII века. В этой публикации автор рассматривал игру с единственным испытанием, а именно, подбрасыванием монеты до тех пор, пока не выпадет решка. Согласно правилам игры, если такой исход достигается при R-том по счету подбрасывании, то игрок, ожидающий выигрыша, получает 2^R единиц наличными деньгами. Перед началом игры потенциальные участники должны внести некую сумму в игровой банк, и основной вопрос, встающий перед каждым игроком в такой ситуации: какова величина взноса, который гарантирует беспроигрышный (безобидный в смысле равенства нулю среднего значения выигрыша) исход? Эта задача, известная как **«Санкт-Петербургский**

парадокс», привлекала внимание многих известных математиков (Г.Крамер, В.Феллер и др.) [46]. В частности, объяснения, развернутые комментарии и примеры, связанные с данной задачей, можно найти по следующим адресам: http://gallery.economicus.ru (Галерея экономистов Economicus.ru), http://cepa.newschool.edu/het/essays/uncert/bernoulhyp.htm (Web-сайт «История экономической мысли»), http://www.bun.kyoto-u.ac.jp/phisci/Gallery/D.bernoulli_note.html (Web-сайт «Галерея истории и философии науки», Университет Киото, Япония), http://plato.stanford.edu/archives/win1999/entries/paradoxstpetersburg (Стэнфордская энциклопедия философии).

Обозначив случайную величину выигрыша (однократное участие в игре) через ζ, мы получаем следующее выражение его среднего значения (математического ожидания):

$$M\zeta = 2^1 \cdot \frac{1}{2} + 2^2 \cdot \frac{1}{4} + 2^3 \cdot \frac{1}{8} + \ldots + 2^R \cdot \frac{1}{2^R} = \sum_{i=1}^{R} 2^R \cdot \frac{1}{2^R} = \sum_{i=1}^{R} 1 = R \qquad (12)$$

или, другими словами, «игра становится безобидной при бесконечном взносе» [46]. Для разрешения этой парадоксальной ситуации Д.Бернулли предложил определять не среднее значение выигрыша, а его **ожидаемую полезность** на основании соотношения:

$$e^{M \ln \zeta} = S \quad (M \ln \zeta = \ln S), \qquad (13)$$

где S – размер взноса за участие в игре[24].

Идеи, заложенные Д.Бернулли, получили свое дальнейшее развитие уже в XX-том столетии благодаря усилиям Джона фон Неймана и Оскара Моргенштерна по созданию современной аксиоматической **теории полезности** для «принятия рациональных решений в условиях риска; … они показали, что каждому возможному исходу можно поставить в соответствие некоторую полезность. … Лицо, принимающее решение, должно всегда выбирать альтернативу с максимальной ожидаемой полезностью» [46,48]. Справедливости ради следует отметить, что становление прикладной теории статистических решений, оформившейся к середине 60-х годов прошлого века в самостоятельное научное направление (**теорию принятия решений**, ***ТПР***), связано с именами многих ученых, в частности, помимо уже упомянутых выше классиков, Ф.Рамсея, А.Вальда, Л.Севэджа, Д.Блекуэлла, Р.Шлейфера, и других.

В основе ТПР лежит определенный набор аксиом, из которых следует «принцип выбора действия». Предположим, что для вектора $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, характеризующего прибыли x_i $(i = \overline{1, n})$[25] от реализации n видов продукции, мы рассматриваем **функцию полезности** $U(x_1, x_2, \ldots, x_n) = u_1(x_1) + u_2(x_2) + \ldots + u_n(x_n)$, где каждая полезность $u_i(\bullet)$ зависит только от прибыли x_i, которая обеспечивается данным i-тым видом деятельности (реализации). Если считать, что функция $u_i(\bullet)$ «возрастает с убывающей скоростью по мере возрастания x_i », то можно говорить об использовании концепции «**убывающей предельной полезности** применительно к каждой i-той прибыли в отдельности» [49] – это, как раз, соответствует предложенному в конце XIX века подходу, основанному на аддитивной функции полезности $U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. В этом случае, функция $U(\bullet)$ выражает общую (суммарную) полезность (или, «удовлетворение индивидуума») совокупности x. Очевидно, что вычисление полезности

[24] Идея, предложенная Крамером и Бернулли, заключалась в максимизации «ожидаемой величины полезности», и для вычисления этой величины они предположили, «что для многих людей полезность богатства растет с убывающей скоростью по мере роста богатства» [49]. Как отмечено в [40], «полезность – это воображаемая мера психологической и потребительской ценности благ»

[25] В общем случае, трактовка компонент x_i может быть различной (в зависимости от поставленной задачи), что позволяет говорить о некой обобщенной совокупности (или, наборе) $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

каждой компоненты x_i ($i = \overline{1,n}$) в отдельности с последующим суммированием по всем i, без учета возможной зависимости между прибылями, получаемыми от реализации отдельных видов продукции, не отражает специфику большинства практических ситуаций. Именно поэтому, определение вида функции полезности представляет собой чрезвычайно важную задачу для аналитиков, на которых возложено **принятие решений в условиях риска**.

Для набора альтернатив действия a_i ($i = \overline{1,3}$), показанных в матричном виде RES_{as} (**рис.9**), и характеризующих их вероятностных доходов y_{ij} в каждой ситуации окружающей среды s_j, введем в рассмотрение множество значений функции полезности $v(y_{ij})$ [26] и на его основании вычислим полезность в среднем (математическое ожидание значений полезности):

$$MU(a_i) = \sum_{j=1}^{k} v(y_{ij}) \cdot p_j \qquad (14)$$

Другими словами, «полезность некоторой альтернативы (с элементом риска) равна ожидаемой полезности для исходов, которые могут иметь место при использовании этой альтернативы» [4]. Если следовать отмеченному выше предположению об уменьшении приращения полезности по мере роста «богатства», то логарифмическая функция $v(y_i) = \ln(y_i)$, $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, y_{i3}, y_{i4})$ – вектор-строка доходов, $i = \overline{1,3}$, может служить *типичным примером* функции полезности. Используя ее, эксперты располагают возможностью построения $(3,4)$-матрицы полезности N и получения усредненной величины рисковой полезности по каждой строке рассчитанных значений матрицы (т.е. для каждой альтернативы действия a_i).

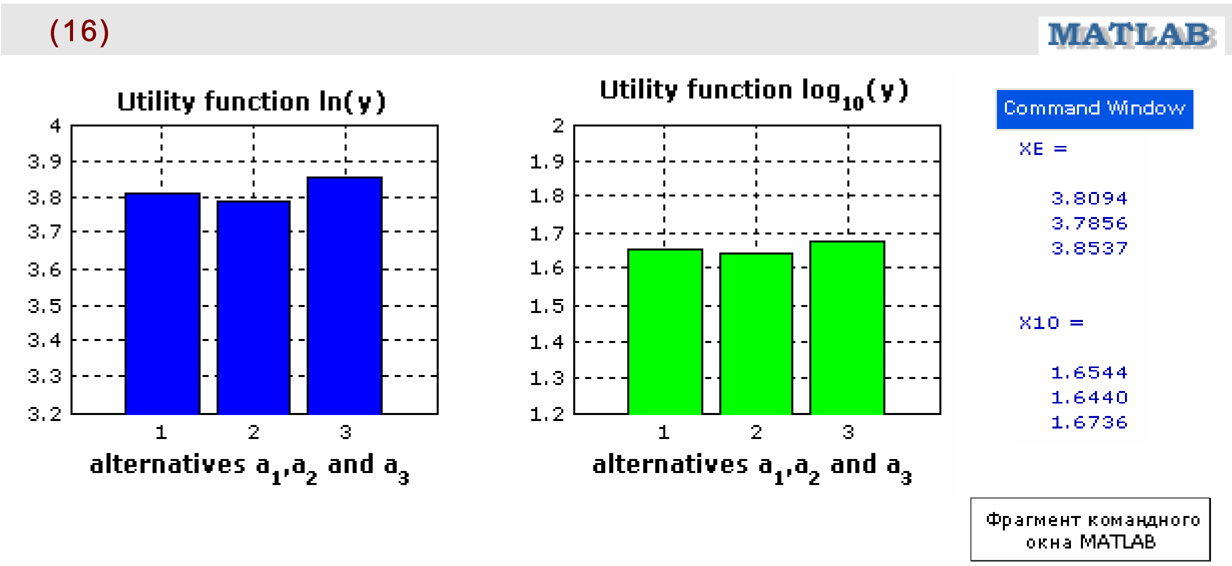


Рис.16. *Средние значения полезности рассматриваемых альтернатив, вычисленные на основе логарифмической функции* ($\ln(y) \approx 2.3 \cdot (\log_{10}(y))$) (16)

Представленные на **рис.17** расчеты (результаты моделирования в системе MATLAB, **рис.16**) обобщают результаты ранжирования предпочтений возможностей действия (исходов) (данные матрицы RES_{as}, показанной на **рис.9**) посредством их полезности, что составляет один из важных

[26] Каждый элемент этого множества можно также называть **полезностью выхода** или **исхода** применяемого действия

этапов **процесса принятия решений** (**ПР**). Как мы видим, a_3 характеризуется максимальной полезностью, сохраняя за собой статус наиболее предпочтительной альтернативы, или, следуя принятым в литературе обозначениям, $a_3 \succ a_1$ и $a_3 \succ a_2$. Для двух оставшихся альтернативных способов действия справедливо соотношение $a_1 \succ a_2$, отражающее незначительное доминирование a_1 (достаточно близкое к равноценности) в сравнении с a_2 (практически тот же самый вывод был получен выше на основе использования μ -принципа).

(17)

	Численные значения полезности (натуральный логарифм) по каждому исходу рассматриваемых альтернатив				Приближенные значение средней полезности (математическое ожидание)
a_1	3.4	3.91	4.09	3.69	3.807
a_2	3.91	4.25	3.56	3.4	3.787
a_3	4.25	4.0	3.56	3.56	3.855
	0.3	0.2	0.4	0.1	← вероятности

Рис.17. *Расчетные значения функции полезности по каждой альтернативе* a_i $(i=1,\dots,3)$ (17)

Логарифмическая функция $\log_x$ $(x > 0,\ x \neq 1)$ как представитель семейства выпуклых функций полезности позволяет вычислить так называемую **функцию** (коэффициент/меру) **абсолютного неприятия риска** (*risk aversion*[27]) **Пратта-Эрроу** (*J.Pratt* (1964), *K.Arrow* (1970)) $r = RA(\bullet) = -v''(\bullet)/v'(\bullet)$. Для функции $v(y) = \log_x y$ производные первого и второго порядка определяются выражениями $(y \cdot \ln x)^{-1}$ и $-(y^2 \cdot \ln x)^{-1}$, соответственно (для неперова логарифма, $x = e$, они принимают более простой вид, а именно: $v'(y) = y^{-1}$, $v''(y) = -y^{-2}$; в результате, $r = RA(\bullet) = -1/y$ (**рис.18**) – более наглядная графическая MATLAB форма представления вычисляемых в соответствии с данным выражением значений матрицы показана на **рис.20**). Все значения показанной ниже матрицы – отрицательны, что свидетельствует о расположенности (готовности) субъекта к риску. Вторая производная функции полезности определяет степень неприятия рискового поведения. В случае $v(y_{ij}) = \ln(y_{ij})$ рост возможного (ожидаемого) дохода при выборе одного из сценариев действия (**рис.9**) приводит к постепенному уменьшению желания рисковать, и, в определенном смысле, делает более привлекательной известную позицию нейтралитета. Эта тенденция отражена на **рис.19** (MATLAB рисунок (*figure*)); движение по оси абсцисс от значения 30 в сторону увеличения доходов y приводит к достаточно резкому росту значений r. Одновременно, в данном примере обращает на себя внимание не только возможность достаточно удобного и быстрого выполнения графических построений в системе MATLAB (как и для большинства разработанных в данной работе M-скриптов, конечный результат в данном конкретном случае определяется относительно малым числом строк кода, использующего базовые конструкции языка MATLAB), но и простота получения выражений для производных функции $v(y_{ij})$.

Дополнительную информацию о функциях полезности и их использовании может быть найдена, например, на сайтах http://www.finrisk.ru/article/koshech/koshech4.html (Концепция риска

27 см. Pratt J.W. Risk Aversion in the Small and in the Large, Econometrica, 32, 1964, pp.122-136

инвестиционного проекта. Цена риска) и http://www.main.vsu.ru/~matfak/kafs/kmm/met/igk-mmm.pdf (курс лекций «Математические модели микроэкономики», ВГУ).

(18)

	численные значения функции неприятия риска по каждой альтернативе действия (натуральный логарифм)			
a_1	-0.033	-0.020	-0.016	-0.025
a_2	-0.020	-0.014	-0.029	-0.033
a_3	-0.014	-0.018	-0.029	-0.029

Рис.18. *Расчетные значения функции (коэффициента) абсолютного неприятия риска (Пратта-Эрроу)* r *по каждой альтернативе* a_i (i=1,…,3) (18)

(19)

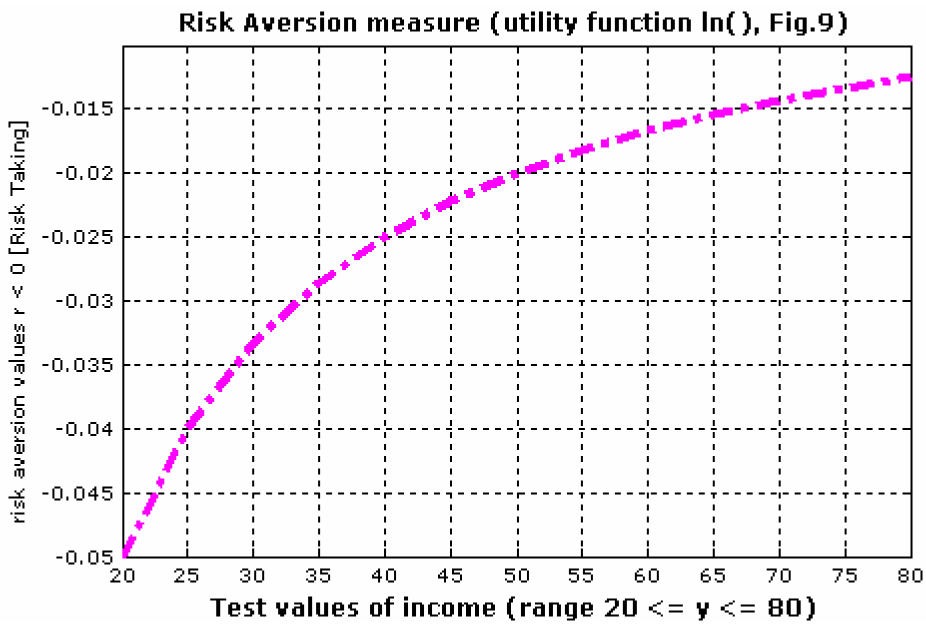


Рис.19. *Расчетные значения меры абсолютного неприятия риска для доходов в диапазоне значений [20,80] (таблица/рис.9)* (19)

В действительности, чисто формальный подход к анализу заданного множества сценариев действия и последующее **принятие решений** на основе числовых показателей заставляют экспертов (аналитиков) обратить внимание не только на необходимость и исключительную важность «рационального *синтеза* получаемой информации», ориентированного на формирование обоснованного решения о том, «какой из возможных альтернатив следует отдать предпочтение» [47]. Само по себе присутствие факторов риска заставляет задуматься, в первую очередь, не столько над вычислениями как таковыми, сколько над теми **аспектами** (или, **условиями**), которые характерны для процесса ПР. Несмотря на то, что некоторые из них уже упоминались вкратце выше, их «расширенный» перечень включает следующие позиции:

- **упорядочение** (или, ранжирование) **вариантов** действия на основе выбранной меры эффективности (ожидаемой полезности альтернативы),
- **наличие нескольких**, часто противоречивых, **критериев**, по которым происходит выбор лучшей (по мнению группы экспертов, ЛПР) альтернативы – как правило, выработка предпочтения предусматривает учет интересов и лиц, ответственных за принятие решений, и «активных групп, влияющих на процесс выбора», причем такое взаимодействие с течением времени часто приводит к «изменению первоначальных альтернатив и к изобретению новых приемлемых для всех участников процесса» [40],

(20)

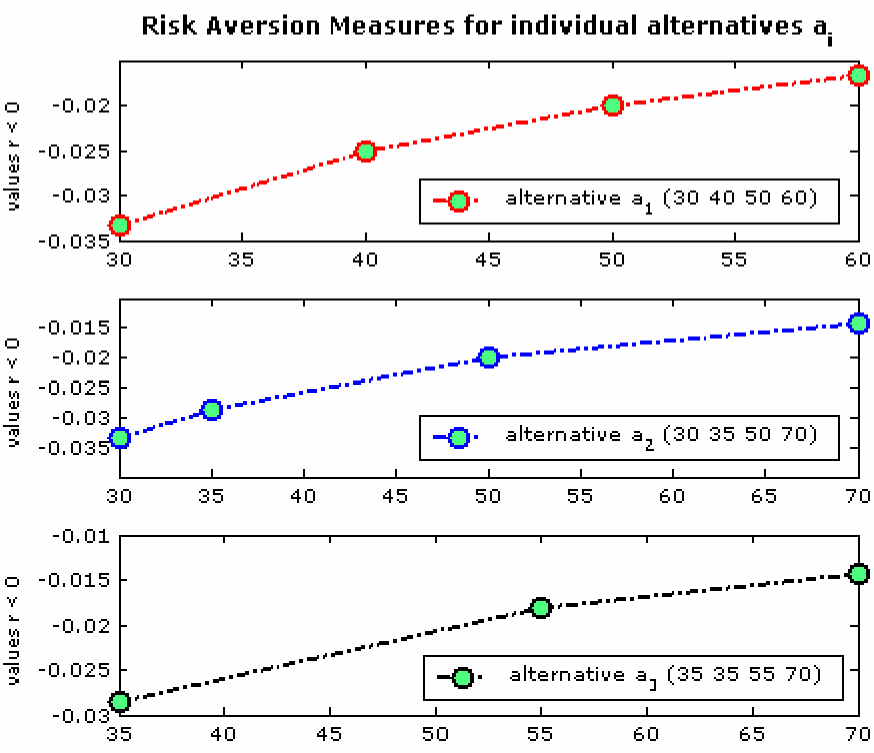


Рис.20. *Расчетные значения функции (коэффициента) абсолютного неприятия риска по каждой альтернативе* a_i $(i=1,\dots,3)$, *аналог рис.18* (20)

- **доступность необходимой информации** и используемый понятийный аппарат – информационный аспект является одним из ключевых для всей теории принятия решений, поэтому следует учитывать то обстоятельство, что некоторые важные порции (блоки) информации удается получить с задержкой, за счет дополнительных денежных и организационных затрат, превращая всю процедуру ПР (выбора альтернативы) в **многостадийный динамический процесс**. Помимо этого составляющими входящего информационного потока могут являться трудно- и/или неформализуемые понятия (например, *«вызовет волнения»*, *«станет причиной неадекватной реакции»*, *«осложнит политическую ситуацию»*, *«окажется нестабильной»* и др.), которые существенно усложняют задачу,

- **возможный отказ от рационального подхода к принятию решений** в пользу заключений, построенных на эвристиках (суждение по встречаемости, сверхдоверие, стремление к исключению риска [40]).

6 Вместо заключения: Пакеты расширения (ПР) MATLAB в задачах анализа рисков

Пристальный интерес к **аппарату нечеткой логики** (*fuzzy logic*), инициированный учеными и разработчиками в Европе, Японии и США привел к тому, что уже в течение четверти века наблюдается достаточно устойчивая тенденция, направленная на практическое использование приложений на основе нечеткой логики (вместе с достижениями в других областях знаний) в промышленности, электронике, экономике, информационной индустрии и сфере бизнеса. Не претендуя здесь на полноту списка реализованных проектов, программных продуктов и предложенных к разработке моделей в период 1985-1992 годов, можно отметить, что помимо систем автоматического контроля движения поездов в подземке и очистки воды (Hitachi, Fuji Electric), примеры построенных на методике нечеткой логики решений охватывает огромный рынок бытовой техники (стиральные машины, фотоаппараты, пылесосы, холодильники и т.д.), а также финансовую систему торгов (Yamaichi Fuzzy Fund, YFF) и нечеткую систему извлечения (англ. *retrieval*) информации RUBRIC. Одновременно, последнее десятилетие XX века ознаменовалось интенсивным развитием новых вычислительных парадигм в создании интеллектуальных систем, к числу которых относятся **нейронные сети** и нечеткая логика. Их совместное использование предусматривает представление базы знаний о моделируемой системе посредством *ЕСЛИ-ТО* правил и построение на их основе выводов, причем способность искусственных нейронных сетей быть автоматически «запрограммированными», т.е. алгоритмически обученными устанавливать зависимость между входными и выходными сигналами посредством последовательного изменения весов соединений, или синаптических связей, между базовыми обрабатывающими элементами сети – *нейронами*, позволяет «настраивать» эти правила.

Достаточная сложность и многоаспектность проблем, связанных с анализом рисков, заставляет, помимо чисто теоретических исследований, внимательно изучать возможности имеющихся в распоряжении программных пакетов (НПО), которые (при условии правильного и продуманного выбора) могут значительно содействовать проводимым работам. В данном конкретном случае, система MATLAB – это не только удобная операционная среда, простой язык программирования, интуитивно понятный графический интерфейс и четкая функциональная проработка, но и опыт многих специалистов в совокупности с готовыми решениями, объединенными в предметно-ориентированные ПР/ППП [50], среди которых можно выделить[28]:

- **Financial Toolbox** (http://www.mathworks.com/products/finance/) и **Financial Derivatives Toolbox** (http://www.mathworks.com/products/derivatives/) – они ориентированы на обработку финансовых данных (в частности, анализа и прогноза, расчета процентов и доходов, процентных ставок, показателей движения денежных средств и др.), анализ и контроль рисков, оценку и оптимизацию финансовых портфелей и моделирование финансовых систем. Одновременно, Financial Derivatives Toolbox расширяет возможности Financial Toolbox и использует другие приложения MATLAB (в частности, Statistics Toolbox) в

[28] Дополнительную информацию можно также найти на сайте Консультационного центра MATLAB компании SoftLine по адресу http://www.matlab.ru (http://www.mathworks.ru)

своей работе, поддерживая набор функций «для определения состава портфеля ценных бумаг в зависимости от процентной ставки, анализа страхования от потерь» и т.п. [51],

- **Optimization Toolbox** (http://www.mathworks.com/products/optimization/), который объединяет функции для решения задач безусловной/условной оптимизации нелинейных функций, линейного и квадратичного программирования и аппроксимации («подгонка кривых под экспериментальные данные») [4],
- уже упоминавшийся выше **Fuzzy Logic Toolbox** (http://www.mathworks.com/products/fuzzylogic/), представляющий собой пакет программ для проектирования, расчетов, моделирования (включая интерактивное динамическое моделирование и анализ в системе *Simulink*, т.е. полностью интегрированном с приложением MATLAB инструменте, использующем графические блок-диаграммы и команды управления потоком для описания исследуемых систем во времени) и анализа нечетких экспертных и/или управляющих систем, а также, создания гибридных (нечетких нейронных) систем[29], настройки их параметров и проверки качества работы,
- **Neural Networks Toolbox** (http://www.mathworks.com/products/neuralnet/) – он предоставляет пользователю возможность проектировать, моделировать и обучать искусственные нейронные сети, находящие широкое применение при решении задач аппроксимации функций, классификации образов, управления и оптимизации, финансовых предсказаний/ прогнозирования и др. [4,10],
- **Statistics Toolbox** (http://www.mathworks.com/products/statistics/), поддерживающий набор алгоритмов и средств графики для исследования широкого спектра задач статистики и теории вероятностей, статистического анализа данных и моделирования методом Монте-Карло; даже в сравнении с популярной системой **STATISTICA**® (StatSoft Inc., http://www.statsoft.com) [52], которая объективно является признанным лидером в сегменте статистического ПО, возможности приложения Statistics выглядят весьма привлекательными, а с учетом удоб-ства и простоты его использования выбор продукта (при решении каждой конкретной задачи) становится отнюдь неочевидным.

Даже этот неполный перечень позволяет в самом общем виде оценить многообразие реализованных функций, которые в совокупности со значительным потенциалом ядра системы MATLAB открывают большие возможности для анализа, проектирования и моделирования сложных процессов и явлений в сфере финансов, экономики и любой деятельности, связанной с принятием решений.

Список литературы:

1. Крушвиц Л. Инвестиционные расчеты (Серия «Базовый курс») / *пер. с нем.* (Lutz Kruschwitz. Investitionsrechnung, Verlag München, 2000). – С.Пб. ИД «Питер», 2001, 432 с.
2. Зелль А. Бизнес-план: Инвестиции и финансирование, планирование и оценка проектов / *пер. с нем.* (Axel Sell. Investition und Finanzierung unter Bezonderer Berücksichtigung der Planung und Bewertung von Projekten, 2000). – М. Ось-89, 2001, 240 с.
3. Мельников А.В. Риск-менеджмент. Стохастический анализ рисков в экономике финансов и страхования. – М. Анкил, 2001, 112 с.

[29] Такие системы характеризуются тем, что объединяют способность **нейронных сетей** настраиваться на изменяющиеся условия работы и распознавать образы с очевидной силой **систем нечетких выводов** (*fuzzy inference systems*) в представлении и обработке знаний человека с целью выработки решений

4. Каталог программного обеспечения Softline-direct, #1 (16), 2002, 138 с.
5. Потемкин В.Г. Среда создания инженерных приложений MATLAB / *Тезисы докладов Всероссийской научной конференции «Проектирование научных и инженерных приложений в среде MATLAB» (ИПУ РАН – SoftLine – The MathWorks, Inc.)*, Москва, 2002, с.11-15.
6. Романов В.С. Понятие рисков и их классификация / *Финансовый Бизнес*, №1, 2001, с.40-44.
7. Видовицкий Д., Комениденко С. Систематизация методов анализа и оценка инвестиционного риска / Инвестиции в России, №3, 2001, с.39-46.
8. Ward S.C. Assessing and Managing Important Risks / *International Journal of Project Management*, vol.17, №6, 1999, pp.331-336.
9. Webb P. Teach Science and Software Engineering with MATLAB / *IEEE Computational Science and Engineering*, №2, 1997, pp.4-5 (Letters)
10. Дьяконов В., Круглов В. Математические Пакеты Расширения MATLAB. Специальный Справочник – С.Пб. ИД «Питер», 2001, 478 с.
11. Романов В.С. Методологические основы нечеткой логики при исследовании рисков предприятия. – http://marketing.spb.ru/conf/9/67.htm, Энциклопедия маркетинга, 1998-2002
12. Мартынов Н.Н., Иванов А.П. MATLAB 5.x. Вычисления. Визуализация. Программирование. – М. Кудиц-Образ, 2000
13. Хаматдинов Н.Р. Факторы и показатели неопределенности и риска инвестиционных проектов / Машиностроитель (ISSN 0025-4568), №4, 2001, с.11-16.
14. Математика и кибернетика в экономике (Словарь-справочник) / Ред. колл. Федоренко Н.П., Канторович Л.В., Данилов-Данильян В.И. и др. – М. Экономика, 1975, 700 с.
15. Даль В.И. Толковый Словарь Живого Великорусского Языка, т.II. – Изд. Книгопродавца-Типографа М.О.Вольфа, 1881, 779 с.
16. Klir G.J., Wierman M.J. Uncertainty-Based Information. – Physica-Verlag, Heidelberg, 1998
17. Knight F.H. Risk, Uncertainty, and Profit / *Ethics and the Economic Interpretation*, vol.36, 1921, pp.454-481 (http://www.econlib.org/library/Knight/knRUP.html)
18. Mendel J.M. Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions. – Prentice Hall PTR, 2001, 554 p.
19. Smith P.G., Merritt G.M. Managing Consulting Project Risk / *Consulting to Management*, vol.13, #3, 2002, pp.7-13.
20. Коссов В.В. Бизнес-план: Обоснование решений. Учебное пособие. – М. ГУ Высшая Школа Экономики (ВШЭ), 2000, 270 с.
21. Choice Under Risk and Uncertainty: Introduction – http://cepa.newschool.edu/het/essays/uncert/intrisk.htm (web-ресурс)
22. Толковый словарь русского языка, т.III / *под ред. Ушакова Д.Н.*. – М. Государственное издательство иностранных и национальных словарей, 1939, 1423 с.
23. Солнцева Г.Н. Наука Риска / *Энергия*, №9, 2001, с.57-60.
24. Yen J., Langari R. Fuzzy Logic. Intelligence, Control, and Information. – Prentice Hall Inc., 1999, 548 p.
25. Drakopoulos J. Probabilities, Possibilities, and Fuzzy Sets. – Stanford University, p.22
26. Klir G.J. Fuzzy Logic. Unearthing its Meaning and Significance / *IEEE Potentials*, 1995, pp.10-15.
27. Klir G.J., Smith R.M. On Measuring Uncertainty and Uncertainty-Based Information: Recent Developments / *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, vol.32, 2001, pp.5-33.
28. Zadeh L.A. Fuzzy Sets As a Basis for a Theory of Possibility / *Fuzzy Sets and Systems*, №1, 1978, pp.3-27.
29. Klir G.J. Probabilistic versus Possibilistic Conceptualization of Uncertainty / *IEEE*, 1990, pp.38-41.

30. Dubois D., Prade H. Fuzzy Sets – A Convenient Fiction for Modeling Vagueness and Possibility / *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol.2, №1, 1994, pp.16-21.

31. Hopgood A.A. Intelligent Systems for Engineers and Scientists. – CRC Press, 2nd edition, 2000, p.488

32. Ferson S., Ginzburg L., Kreinovich V., Nguyen H.T., Starks S.A. Uncertainty in Risk Analysis: Towards a General Second-Order Approach Combining Interval, Probabilistic, and Fuzzy Techniques / *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, vol.32, 2001, pp.5-33.

33. Из истории определений риска – http://www.md.mos.ru/city/_1_1.htm (web-ресурс)

34. Investing Glossary on the Web – http://www.investorwords.com/cgi-bin/getword.cgi?574 (web-ресурс)

35. Руководство пользователя Project Expert 7 (Система для моделирования бизнеса и оценки бизнес-проектов). – М. Про-Инвест-ИТ, 2002, 628 с.

36. National-In-Training (E-I-T) Certification Examination. Professional Engineering Registration Program, Engineering Economic Analysis / *ed. M.R.Lindeburg* – San Carlos, CA 94070, 1983

37. Любушин Н.П., Лещева В.Б., Гучков Е.А. Теория Экономического Анализа: Учебно-методический Комплекс. – М. Юристъ, 2002, 480 с.

38. Вероятностные Методы Анализа Рисков (материал из книги «Проектный Анализ») – http://www.bre.ru/tstimation_risk.php4?id=0,0,0,877 (web-ресурс)

39. Benedikt S. Decisions Under Risk with Incomplete Knowledge / *Proceedings of the 2nd International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis*, vol.1, 1993, pp.174-179 – http://ieeexplore.ieee.org/xpl/tocresult.jsp?isNumber=8404&page=4 (web-ресурс)

40. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах. – М. Логос, 2000, 296 с.

41. Фетисов В.В. Основы системного анализа. Учебное пособие. – С.Пб. ЛИАП, 1988, с. –

42. Колде Я.К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. – М. Высшая Школа, 1991, 156 с.

43. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика (2ое издание). – М. Высшая Школа, 1982, 256 с.

44. Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О. Конкретная математика. Основание информатики / *пер. с англ.* – М. Мир, 1998, 704 с.

45. Математическая энциклопедия (в 5 томах) / *под ред. Виноградова И.М.*. – М. Советская Энциклопедия, 1982

46. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике / *пер. с венгр.* – М. Мир, 1990, 240 с.

47. Кини Р. Теория принятия решений / *пер. с англ.*. (в сборнике «Исследование операций. Методологические основы и математические методы», под ред. Дж.Моудера и С.Элмаграби). – М. Мир, 1981, сс. 481-511.

48. Pennings J.M.E., Garcia P. Measuring Producers' Risk Preferences: A Global Risk-Attitude Construct / *American Journal of Agricultural Economics*, vol.83, 2001, pp.993-1009 (http://www.sls.wan.nl/menc/homepages/strad/ajae-philip-final%5B1%5D.pdf)

49. Фишберн П. Теория полезности / *пер. с англ.*. (в сборнике «Исследование операций. Методологические основы и математические методы», под ред. Дж.Моудера и С.Элмаграби). – М. Мир, 1981, сс. 448-480.

50. Потемкин В.Г. Введение в MATLAB (версия 5.3) – http://www.matlab.ru/ml/book1/index.asp (web-ресурс)

51. Материалы Консультационного центра Matlab компании SoftLine / Раздел «Финансовые Приложения» – http://www.matlab.ru , 2002

52. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks / *пер. с англ.* – М. Горячая линия – Телеком (StatSoft Russia), 2001, 182 с.

2003, Дегтярев К.Ю.

Потенциал ядра системы MATLAB®: Привлекательные возможности для пользователя при решении задач анализа рисков, 38 стр., 52 ссылки

Тип: Постановочная / Обзорная статья

MATLAB, Simulink являются зарегистрированными торговыми марками компании
The MathWorks, Inc. (www.mathworks.com)
Семейство продуктов компании MathWorks: www.mathworks.com/products/prodoverview.shtml

Компания SoftLine является эксклюзивным дистрибьютером на территории России компании The MathWorks, Inc.

SoftLine и СофтЛайн являются зарегистрированными торговыми марками компании СофтЛайн (www.softline.ru) на территории России.
www.matlab.ru (Консультационный ЦЕНТР MATLAB) – web-сайт комании SoftLine

STATISTICA является зарегистрированной торговой маркой компании StatSoft, Inc. (www.statsoft.com, компания StatSoft Russia: www.statsoft.ru)

Другие имена продуктов и/или компаний являются (зарегистрированными) торговыми марками их держателей